

**FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO**  
**Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores**

**ESTIMAÇÃO DE ESTADO  
EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO  
DE ENERGIA  
COM MEDIDAS IMPRECISAS**

Jorge Manuel Correia Pereira

Licenciado em Matemática Aplicada - Ramo de Ciência de Computadores  
pela Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos  
do programa do curso de  
Mestrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores  
(área de especialização de Sistemas de Energia)

**Porto, Fevereiro 1995**

Dissertação realizada sob a supervisão de

Doutor Vladimiro Henrique Barrosa Pinto de Miranda  
Professor Associado com Agregação

Doutor João Paulo Tomé Saraiva  
Professor Auxiliar

Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores  
da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

---

Dissertação realizada por

Jorge Manuel Correia Pereira

Projecto IDEIA  
INESC - Porto  
telef: 351-2-2094000 fax: 351-2-2084172  
email: [jpereira@duque.inescn.pt](mailto:jpereira@duque.inescn.pt)

---

## Resumo

Nesta dissertação é descrita uma nova metodologia de estimação de estado num Sistema Eléctrico de Energia, em que alguns dos valores de base são representados por números imprecisos (*fuzzy numbers*), operados com base na teoria dos conjuntos imprecisos (*fuzzy set theory*). Esta metodologia é concebida para aplicação especial a redes de distribuição de energia eléctrica.

Ao longo do texto é discutida, em particular, a influência de algumas medidas afectadas de imprecisão qualitativa num processo de estimação de estado clássico baseado numa abordagem de mínimos quadrados.

O trabalho de investigação que conduziu à elaboração desta dissertação foi realizado no INESC - Porto (Instituto de Engenharia de Sistemas e Computadores).

---

## **Abstract**

This report describes a new methodology of state estimation in an electric power system, where some basic values are represented by fuzzy numbers, operated based on the fuzzy set theory. This methodology is conceived for a special application on electrical energy distribution systems.

The report also discusses the influence of some measurements affected by qualitative imprecision in a traditional state estimation process based on a least square approach.

The study leading to this thesis was carried out at INESC-Porto (Instituto de Engenharia de Sistemas e Computadores).

---

## **Palavras Chave**

Sistemas de Distribuição  
Automação da Distribuição  
EMS  
Estimação de Estado  
Mínimos Quadrados Pesados  
Conjuntos Imprecisos  
Medidas Imprecisas

## **Keywords**

Distribution System  
Distribution Automation  
Energy Management Systems  
State Estimation  
Weighted Least Squares  
Fuzzy Sets  
Fuzzy Measurements

---

## Agradecimentos

Agradeço especialmente ao meu orientador, Professor Vladimiro Miranda, a confiança, o acompanhamento e a colaboração com as ideias inovadoras prestadas durante a realização desta dissertação, que contribuíram, de uma forma ou de outra, para os resultados obtidos no presente trabalho.

Agradeço igualmente ao meu co-orientador, Professor João Paulo Tomé Saraiva, pela atenção, pelo apoio e pela ajuda concedida que contribuíram para o bom termo do presente trabalho.

Desejo ainda expressar os meus agradecimentos a todas as pessoas que contribuíram directa ou indirectamente para a realização deste trabalho. Em especial, o apoio dos meus colegas do Grupo IDEIA do INESC que foi imensamente apreciado. Assim como, a paciência e empenho da minha esposa na leitura de uma versão desta dissertação.

Esta dissertação só foi possível ser realizada graças à JNICT, Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica, que concedeu-me uma Bolsa de Mestrado (BM/2217/91-IB) no âmbito do Programa Ciência, e ao INESC - Porto, Instituto de Engenharia de Sistemas e Computadores, que forneceu todos os meios necessários incluindo o suporte financeiro do prolongamento da Bolsa de Mestrado.

# Índice

<b>Índice</b> .....	<b>viii</b>
<b>Lista de Figuras</b> .....	<b>x</b>
<b>Lista de Tabelas</b> .....	<b>xiii</b>
<b>Lista de Símbolos e Abreviaturas</b> .....	<b>xv</b>
<b>1 Introdução</b> .....	<b>1</b>
1.1 Considerações gerais .....	1
1.2 Estruturação da tese .....	2
<b>2 Problema Geral da Estimação de Estado</b> .....	<b>5</b>
2.1 Introdução .....	5
2.2 Formalização do problema de cálculo do vector de estado .....	8
2.3 Selecção do vector de medidas .....	11
2.3.1 Considerações gerais .....	11
2.3.2 Um algoritmo .....	12
2.4 Observabilidade .....	16
2.4.1 Considerações gerais .....	16
2.4.2 Um algoritmo .....	18
2.5 Detecção e identificação de dados incoerentes .....	20
2.5.1 Considerações gerais .....	20
2.5.2 Teste $J(x)$ .....	22
2.5.3 Teste $r_N$ .....	23
2.5.4 Teste $r_W$ .....	23
2.5.5 Comparação dos testes .....	24
2.5.6 Método RMEEI .....	24
<b>3 Algoritmos de Cálculo Determinísticos</b> .....	<b>33</b>
3.1 Introdução .....	33
3.2 Método das equações normais .....	34
3.3 Método das equações normais com desacoplamento .....	37
3.4 Método que converte as medidas realizadas para medidas de correntes .....	41
3.5 Pequeno exemplo ilustrativo destes algoritmos de cálculo .....	47
<b>4 Conjuntos Imprecisos - Aspectos Básicos</b> .....	<b>52</b>
4.1 Introdução .....	52
4.2 Conjuntos .....	52
4.2.1 Conjuntos binários .....	53
4.2.2 Conjuntos imprecisos .....	55
4.3 Números imprecisos .....	60
4.3.1 Operações aritméticas em intervalos de confiança .....	61
4.3.2 Operações aritméticas com números imprecisos .....	61
4.3.3 Números imprecisos triangulares .....	62
4.3.4 Números imprecisos trapezoidais .....	65
4.3.5 Comparação de números imprecisos .....	67



---

<b>5 Algoritmo de Cálculo do Vector de Estado Integrando Medidas Imprecisas .....</b>	<b>71</b>
5.1 Introdução .....	71
5.2 Algoritmo de cálculo .....	73
5.3 Cálculo dos fluxos de potências e intensidades de correntes .....	77
5.3.1 Processo cálculo directo .....	78
5.3.2 Correção do fluxo de corrente .....	79
5.4 Testes de avaliação dos resultados .....	81
5.4.1 Teste dos sorteios .....	82
5.4.2 Teste do gradiente .....	83
5.5 Análise de alguns exemplos simples .....	84
5.5.1 Primeiro exemplo .....	84
5.5.2 Segundo exemplo .....	88
5.5.3 Terceiro exemplo .....	91
5.5.4 Exemplos do cálculo dos fluxos .....	92
<b>6 Exemplo .....</b>	<b>98</b>
6.1 Introdução .....	98
6.2 Dados da rede teste .....	98
6.3 Apresentação dos resultados .....	102
6.4 Discussão dos resultados .....	111
<b>7 Conclusão .....</b>	<b>114</b>
<b>Bibliografia .....</b>	<b>116</b>

## Lista de Figuras

Figura 2.1: Fluxograma que relaciona os diversos problemas envolvidos no processo de estimação de estado.....	7
Figura 2.2: Fluxograma correspondente à implementação do algoritmo RMEEI para detectar e identificar dados incoerentes. ....	30
Figura 3.1: Fluxograma associado ao método das equações normais. ....	36
Figura 3.2: Fluxograma associado ao método de equações normais com desacoplamento no cálculo da matriz do ganho G.....	39
Figura 3.3: Fluxograma associado ao método de equações normais com desacoplamento total.....	40
Figura 3.4: Fluxograma correspondente à implementação do método de equações normais com conversão das medidas realizadas para medidas equivalentes de correntes. ....	46
Figura 3.5: Esquema simplificado de uma rede com 5 barramentos e 6 linhas, em que se encontra instalado um sistema possuindo 9 pontos de medida.....	47
Figura 4.1: Representação gráfica da função de pertença do conjunto A.....	54
Figura 4.2: Representação gráfica de possíveis funções de pertença do conjunto B.....	56
Figura 4.3: Representação gráfica de uma função discreta de pertença do conjunto B.....	56
Figura 4.4: Representação gráfica de uma função de pertença do conjunto B contínua não linear.....	57
Figura 4.5: Representação gráfica das funções de pertença dos conjunto imprecisos A e B. ....	57
Figura 4.6: Representação gráfica da função de pertença da intersecção.....	58
Figura 4.7: Representação gráfica da função de pertença da reunião.....	58
Figura 4.8: Representação gráfica da função de pertença da complementação.....	58
Figura 4.9: Representação gráfica das funções de pertença das intersecções $A \cap \bar{A}$ e $B \cap \bar{B}$ .....	59
Figura 4.10:.....	Representação gra
Figura 4.11:.....	Função de pertenc
Figura 4.12:.....	Representação gra
Figura 4.13:.....	Representação gra
Figura 4.14:.....	Representação gra
Figura 4.15:.....	Representação gra
Figura 4.16:.....	Representação gra
Figura 4.17:.....	Representação gra
Figura 4.18:.....	Representação gra
Figura 4.19:.....	Representação gra
Figura 4.20:.....	Áreas necessárias
Figura 5.1: Esquema simplificado de uma rede com 7 barramentos e 8 com linhas e do sistema de medidas instalado. ....	71

Figura 5.2: Representação gráfica de quatro funções de pertença de números imprecisos. ....	72
Figura 5.3: Representação gráfica da função de pertença de um número impreciso trapezoidal. ....	73
Figura 5.4: Esquema gráfico de uma iteração da resolução da equação $f(X)=0$ pelo método de Newton-Raphson. ....	74
Figura 5.5: Representação gráfica do cálculo aproximado dos desvios do ponto $X'$ provocados por desvios no valor de $f(X')$ . ....	75
Figura 5.6: Exemplo da decomposição de um número impreciso na soma de um número determinístico com um número impreciso com valor central igual a 0. ....	76
Figura 5.7: Fluxograma do método de cálculo do vector de estado integrando medidas imprecisas. ....	77
Figura 5.8: Esquema simplificado de uma rede com 2 barramentos e uma linha. ....	85
Figura 5.9: Esquema de colocação do sistema de medidas na rede com 2 barramentos. ....	85
Figura 5.10: .....	Representação gra
Figura 5.11: .....	Representação gra
Figura 5.12: .....	Esquema de coloc
Figura 5.13: .....	Representação gra
Figura 5.14: .....	Representação gra
Figura 5.15: .....	Representação gra
Figura 5.16: .....	Representação gra
Figura 5.17: .....	Representação gra
Figura 5.18: .....	Esquema simplifi
Figura 5.19: .....	Representação gra
Figura 5.20: .....	Representação gra
Figura 5.21: .....	Representação gra
Figura 5.22: .....	Representação gra
Figura 6.1: Esquema simplificado de uma rede de distribuição com 32 barramentos, 33 linhas e 8 pontos de produção. ....	98
Figura 6.2: Representação gráfica da função de pertença trapezoidal de uma medida imprecisa com valor central $C$ . ....	101
Figura 6.3: Erros relativos dos $Rem(k=0)$ e dos valores centrais dos módulos das tensões. ....	103
Figura 6.4: Erros relativos e erros absolutos das amplitudes dos módulos das tensões. ....	103
Figura 6.5: Representação gráfica das funções de pertença do módulo tensão no barramento 28 obtidas pelos: (a) método directo; (b) teste do gradiente; (c) teste dos sorteios. ....	104
Figura 6.6: Erros relativos dos $Rem(k=0)$ e dos valores centrais das fases das tensões. ....	104
Figura 6.7: Erros relativos e erros absolutos das amplitudes das fases das tensões. ....	105
Figura 6.8: Representação gráfica das funções de pertença da fase de tensão no barramento 23 obtidas pelos: (a) método directo; (b) teste do gradiente; (c) teste dos sorteios. ....	105

Figura 6.9: Erros relativos dos $\text{Rem}(k=0)$ e dos valores centrais dos fluxos de potência activa. ....	106
Figura 6.10: .....	Erros relativos e e
Figura 6.11: .....	Representação gra
Figura 6.12: .....	Erros relativos do
Figura 6.13: .....	Erros relativos e e
Figura 6.14: .....	Representação gra
Figura 6.15: .....	Erros relativos do
Figura 6.16: .....	Erros relativos da
Figura 6.17: .....	Representação gra
Figura 6.18: .....	Representação gra

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1:	Valores do pré-despacho para o fluxo de potências. ....	48
Tabela 3.2:	Comparação do número de iterações para os três métodos de cálculo do vector de estado. ....	49
Tabela 5.1:	Dados de entrada do fluxo de potências para os dois barramentos. ....	85
Tabela 5.2:	Valores dos vértices da função de pertença da medida imprecisa V1. ....	86
Tabela 5.3:	Valores dos vértices das funções de pertença do vector de estado, solução do cálculo do vector de estado com a medida V1 imprecisa. ....	86
Tabela 5.4:	A matriz $(G^{-1}H^T)$ normalizada e as correspondências, para cada linha, dos componentes do vector de estado, e para cada coluna, dos componentes do vector de medidas. ....	87
Tabela 5.5:	Valores dos vértices da função de pertença da medida imprecisa trapezoidal V1. ....	89
Tabela 5.6:	Valores dos vértices das funções de pertença do vector de estado solução do cálculo do vector de estado com a medida V1 imprecisa. ....	89
Tabela 5.7:	Valores percentuais de variação de cada vértice da função de pertença em relação ao valor central (v.c.) da medida imprecisa V1 e dos componentes do vector de estado. ....	90
Tabela 5.8:	A matriz $(G^{-1}H^T)$ normalizada com as grandezas correspondentes, para cada linha os componentes do vector de estado, e para cada coluna os componentes do vector de medidas. ....	90
Tabela 5.9:	Valores dos vértices da função de pertença da medida imprecisa trapezoidal P12. ....	91
Tabela 5.10:	Valores dos vértices das funções de pertença do vector de estado solução do cálculo do vector de estado com a medida imprecisa P12. ....	91
Tabela 5.11:	Valores percentuais de variação em relação ao valor central (v.c.), de cada vértice das funções de pertença da medida imprecisa P12 e dos componentes do vector de estado. ....	92
Tabela 5.12:	Valores dos vértices das funções de pertença dos fluxos de potências e da intensidade da corrente. ....	93
Tabela 5.13:	Matriz $(J_{LF}(X)G^{-1}H^T)$ normalizada e grandezas correspondentes para cada linha os fluxos de potências e intensidades de correntes, e para cada coluna os componentes do vector de medidas. ....	93
Tabela 5.14:	Valores percentuais de variação de cada vértice, das funções de pertença da medida imprecisa P12 e dos fluxos imprecisos, em relação ao valor central respectivo. ....	94
Tabela 6.1:	Valores das grandezas que fazem parte do sistema de medidas. ....	99
Tabela 6.2:	Vértices das funções de pertença dos números imprecisos das grandezas que fazem parte do sistema de medidas imprecisas. ....	101
Tabela 6.3:	Valores dos erros relativos médios e máximos para cada uma das grandezas imprecisas e para cada critério de comparação entre os resultados do método directo e do teste do gradiente. ....	110

Tabela 6.4: Valores dos erros relativos médios e máximos para cada uma das grandezas imprecisas e para cada critério de comparação entre os resultados do teste do gradiente e do teste dos sorteios.....	111
---	-----

# Lista de Símbolos e Abreviaturas

## Símbolos

<b>nb</b>	número de barramentos do sistema
<b>nl</b>	número de linhas do sistema
<b>n</b>	número de componentes do vector de estado ( $n=2nb-1$ )
<b>X</b>	vector de estado do sistema ( $2nb-1$ )
<b>X<sub>θ</sub></b>	vector das fases das tensões nos barramentos, sub-vector de X ( $nb-1$ )
<b>X<sub>V</sub></b>	vector dos módulos das tensões nos barramentos, sub-vector de X ( <b>nb</b> )
<b>E<sub>i</sub></b>	tensão no barramento i ( $E_i = V_i \angle \theta_i$ ou $E_i = e_i + j f_i$ )
<b>V<sub>i</sub></b>	módulo (amplitude) da tensão no barramento i
<b>θ<sub>i</sub></b>	fase (argumento) da tensão no barramento i
<b>e<sub>i</sub></b>	parte real da tensão no barramento i
<b>f<sub>i</sub></b>	parte imaginária da tensão no barramento i
<b>M</b>	conjunto de medidas do sistema de medidas utilizado
<b>Mc</b>	conjunto de todas as medidas candidatas ao sistema de medidas
<b>S</b>	conjunto de medidas suspeitas de estarem afectadas com erros grosseiros
<b>T</b>	conjunto de medidas que não estão afectadas por erros grosseiros
<b>ns</b>	número de medidas do conjunto S
<b>nt</b>	número de medidas do conjunto T
<b>nm</b>	número de medidas utilizadas pelo algoritmo de cálculo do vector de estado
<b>Z</b>	vector das medidas utilizadas na estimação de estado ( <b>nm</b> )
<b>Z<sub>p</sub></b>	vector das medidas de potências activas, sub-vector de Z
<b>Z<sub>QV</sub></b>	vector das medidas de potências reactivas e de tensões nos barramentos, sub-vector de Z
<b>ε</b>	vector dos erros (resíduos) das medidas ( <b>nm</b> )
<b>ε<sub>p</sub></b>	vector dos erros (resíduos) das medidas de potências activas
<b>ε<sub>QV</sub></b>	vector dos erros (resíduos) das medidas de potências reactivas e de tensões nos barramentos
<b>h(.)</b>	vector de funções que relacionam o vector de estado com o vector das medidas utilizado ( <b>nm</b> )
<b>h<sub>p</sub>(.)</b>	vector de funções que relacionam o vector de estado com o vector Z <sub>p</sub>
<b>h<sub>QV</sub>(.)</b>	vector de funções que relacionam o vector de estado com o vector Z <sub>QV</sub>
<b>R</b>	matriz de covariância dos erros das medidas ( <b>nm</b> x <b>nm</b> )
<b>R<sub>p</sub></b>	sub-matriz da matriz R que corresponde a Z <sub>p</sub>
<b>R<sub>QV</sub></b>	sub-matriz da matriz R que corresponde a Z <sub>QV</sub>
<b>H</b>	matriz do Jacobiano do vector de funções h(.) ( <b>nm</b> x( <b>2nb-1</b> ))
<b>H<sub>pθ</sub></b>	matriz das derivadas das funções h <sub>p</sub> (.) em relação a X <sub>θ</sub>

<b>H<sub>PV</sub></b>	matriz das derivadas das funções $h_p(\cdot)$ em relação a $X_V$
<b>H<sub>Qθ</sub></b>	matriz das derivadas das funções $h_{QV}(\cdot)$ em relação a $X_θ$
<b>H<sub>QV</sub></b>	matriz das derivadas das funções $h_{QV}(\cdot)$ em relação a $X_V$
<b>G</b>	matriz do ganho $((2nb-1) \times (2nb-1))$
<b>G<sub>Pθ</sub>, G<sub>PV</sub>, G<sub>Qθ</sub>, G<sub>QV</sub></b>	sub-matrizes da matriz G
<b>W</b>	matriz dos pesos atribuídos às medidas $(nm \times nm)$
<b><u>X</u></b>	vector de estado solução do método de cálculo do vector de estado determinístico com o sistema de medidas considerado
<b>X'</b>	vector de estado de componentes imprecisas solução do método de cálculo do vector de estado integrando medidas imprecisas
<b>ΔX'</b>	vector dos desvios imprecisos do vector de estado <u>X</u> ( $X' = \underline{X} + \Delta X'$ )
<b>Z'</b>	vector das medidas imprecisas
<b>ΔZ'</b>	vector dos desvios imprecisos do vector das medidas Z ( $Z' = Z + \Delta Z'$ )
<b>FL<sup>c</sup></b>	vector dos fluxos de potência activa e reactiva, e de módulo de intensidade de corrente nas linhas calculado a partir de <u>X</u>
<b>FL'</b>	vector impreciso dos fluxos de potência activa e reactiva, e de módulo de intensidade de corrente nas linhas, descritos no parágrafo anterior
<b>ΔFL'</b>	vector impreciso dos desvios dos fluxos de potência activa e reactiva, e de módulo de intensidade de corrente nas linhas
<b>J<sub>FL(X)</sub></b>	matriz das derivadas do vector dos fluxos em relação a cada componente do vector de estado, calculada no vector de estado X
<b>J</b>	valor do índice de desempenho do vector de estado estimado
<b>P</b>	matriz de covariância dos erros da estimação de estado $((2nb-1) \times (2nb-1))$
<b>y<sub>ij</sub></b>	admitância da linha que liga os barramentos i e j
<b>g<sub>ij</sub></b>	parte real da admitância, condutância, da linha que liga os barramentos i e j
<b>b<sub>ij</sub></b>	parte imaginária da admitância, susceptância, da linha que liga os barramentos i e j
<b>Y</b>	matriz das admitâncias do sistema $(nb \times nb)$
<b>G<sub>ij</sub></b>	parte real do elemento (i,j) da matriz Y
<b>B<sub>ij</sub></b>	parte imaginária do elemento (i,j) da matriz Y
<b>S<sub>ij</sub></b>	fluxo de potência na linha i-j ( $S_{ij} = P_{ij} + j Q_{ij}$ )
<b>P<sub>ij</sub></b>	fluxo de potência activa na linha i-j
<b>Q<sub>ij</sub></b>	fluxo de potência reactiva na linha i-j
<b>S<sub>i</sub></b>	potência injectada no barramento i ( $S_i = P_i + j Q_i$ )
<b>P<sub>i</sub></b>	potência activa injectada no barramento i
<b>Q<sub>i</sub></b>	potência reactiva injectada no barramento i



## **Abreviaturas**

<b>Amp</b>	amplitude de um número impreciso
<b>DMS</b>	<i>Distribution Management System</i> (Sistema Gestor da Distribuição)
<b>EMS</b>	<i>Energy Management System</i> (Sistema Gestor de Energia)
<b>Rem(k)</b>	<i>removal</i> calculado em k
<b>RMEEI</b>	<i>Recursive Measurement Error Estimation Identification</i>
<b>SCADA</b>	<i>Supervisory Control And Data Aquisition</i>
<b>v.c.</b>	valor central de um número impreciso
<b>Vc</b>	valor central de um número impreciso

# 1 Introdução

## 1.1 Considerações gerais

Nas últimas duas décadas do século passado, Edison, Westinghouse e Tesla surgiram como os principais responsáveis pela utilização da energia eléctrica para fins comerciais. Desde esse tempo, a sociedade foi adquirindo uma grande dependência da utilização dessa forma de energia em diversos sectores: na indústria; nos transportes; em utilização doméstica; etc .... Desta forma, os sistemas de energia eléctrica, para fornecerem adequadamente o mercado de energia foram crescendo em dimensão e complexidade, sendo deste modo forçados a fazer face aos problemas de segurança e de índole económica, que se lhe colocavam. Começou assim a aparecer o Sistema Gestor de Energia (EMS - *Energy Management System*) que através de programas de supervisão do sistema determina o seu estado e, se necessário, actua sobre o sistema de acordo com a situação.

Nos modernos Sistemas Gestores de Energia a Estimação de Estado processa um conjunto de dados de medidas e de dados da rede e fornece em tempo real uma solução do problema de fluxo de cargas, a qual utilizada como base para as funções que monitorizam a segurança do sistema e fazem o seu controlo.

A Estimação de Estado é baseada em relações matemáticas entre as variáveis de estado do sistema (ângulos e módulos das tensões nos barramentos) e as medidas. As grandezas mais utilizadas para medidas são as potências injectadas nos barramentos, os fluxos de potências e de intensidades de correntes nas linhas, e os módulos das tensões nos barramentos. Além da solução do fluxo de cargas em tempo real o estimador de estado tem também, entre outras, funções para detecção de dados incoerentes em medidas, colocação de pontos de medição e testes de observabilidade.

O aumento da complexidade dos sistemas fez aumentar também a complexidade das redes de distribuição. Desta forma, além da sua aplicação a sistemas de produção/ transporte, os problemas de controlo são estendidos para os sistemas de distribuição e os centros de despacho de distribuição equipam-se com Sistemas Gestores da Distribuição (DMS - *Distribution Management System*).

A metodologia desenvolvida neste trabalho aplica-se sobretudo às redes de distribuição. Nestas redes, não é apenas o tipo de medidas que habitualmente se recolhem que é diferente das medidas recolhidas nos sistemas de produção/ transporte. Por exemplo, na distribuição é muito mais frequente encontrarem-se medidas de intensidade de corrente. Mas também, em muitos casos, para largos sectores das redes de distribuição não existem mesmo medidas, por não instalação de equipamento. Assim, parece ser de todo o interesse conceber processos de conjugar medidas efectivamente recolhidas, em centros de despacho

de distribuição utilizando sistemas SCADA, com informações de carácter qualitativo (medidas imprecisas) sobre o comportamento dos consumidores.

A Estimação de Estado pode ter duas interpretações: uma que é a mais geral e que engloba todo o processo, desde o algoritmo que dá a solução do fluxo de cargas, ao algoritmo de detecção de dados incoerentes em medidas, e a testes de observabilidade; e a outra engloba apenas o algoritmo que dá a solução do fluxo de cargas. Nesta tese será utilizada a definição mais geral.

## 1.2 Estruturação da tese

A metodologia desenvolvida para resolver o problema de estimação de estado em que há incertezas em algumas medidas, encontra-se descrita ao longo de 7 capítulos.

No segundo capítulo apresenta-se o problema de estimação de estado. Define-se o problema em geral e justifica-se a sua integração no controlo de sistemas de energia. Neste capítulo apresentam-se os diversos problemas de que é composto o problema de estimação de estado: cálculo do vector de estado; selecção do vector de medidas; observabilidade do sistema; e detecção e identificação de dados incoerentes. Apresentando-se, desta forma, para cada um destes problemas com excepção do cálculo do vector de estado, um algoritmo para a sua resolução.

No terceiro capítulo apresentam-se três algoritmos para resolução do problema de cálculo do vector de estado e um exemplo, que possuindo carácter didáctico, permite comparar os resultados obtidos. Estes métodos são: método das equações normais; método das equações normais com desacoplamento; método com a conversão de todas as medidas para medidas equivalentes de correntes.

No quarto capítulo apresentam-se alguns aspectos básicos sobre conjuntos imprecisos, necessários para uma boa compreensão da metodologia apresentada.

No quinto capítulo apresenta-se uma metodologia para resolver o problema de cálculo do vector de estado quando algumas medidas apresentam carácter impreciso. Apresentam-se ainda, vários exemplos de carácter didáctico.

No sexto capítulo apresenta-se um exemplo mais realista de aplicação da metodologia apresentada no terceiro capítulo. Com base nos resultados, são obtidas algumas conclusões relativas ao desempenho do método.

No sétimo capítulo apresentam-se algumas conclusões. Apresentam-se ainda, as perspectivas de trabalho futuro baseados na metodologia apresentada.

No fim da tese existem ainda os quatro anexos seguintes:

- o anexo A apresenta as estruturas utilizadas para guardar os dados ao longo da programação do método. São ainda apresentados, os diversos módulos desenvolvidos para a implementação do algoritmo;
- o anexo B apresenta todos os dados e resultados do exemplo apresentado no capítulo 6 para testar o método;

- o anexo C apresenta um conjunto de expressões. Este conjunto inclui expressões que relacionam o vector de estado com as medidas, assim como as respectivas derivadas parciais;
- o anexo D apresenta o artigo [Mir94] apresentado em Ourense num congresso realizado em Outubro de 1994.



## 2 Problema Geral da Estimação de Estado

### 2.1 Introdução

Os sistemas eléctricos de energia têm visto crescer a sua dimensão e complexidade, o que conjugado com a elevada dependência das sociedades em relação ao consumo de energia coloca problemas associados à qualidade de serviço e à segurança de exploração que têm de ser analisados. Estes problemas devem ser encarados em simultâneo com limitações de ordem financeira, pelo que se pode considerar que, quer na fase de planeamento do sistema quer na sua exploração, nos defrontamos com problemas relacionados com a utilização óptima de recursos escassos.

No planeamento são estabelecidas margens adequadas (com um risco pré-determinado) para a capacidade de produção e de transporte das linhas e, deste modo, são estabelecidas as ligações entre os diferentes barramentos do sistema. As margens devem ser obtidas tendo em conta a obtenção de um compromisso entre o nível de segurança desejado e o investimento a realizar.

Na operação os recursos disponíveis são utilizados de modo a atender às necessidades das cargas ao longo do tempo. A obtenção de estratégias para a operação considerando todas as situações possíveis para as cargas, produções e configurações da rede revela-se um processo muito difícil se não mesmo impossível. Assim, torna-se claro que planear e operar de forma óptima é muito complexo, havendo uma influência mútua entre os modos de planear e de operar.

A operação de um sistema de energia exige a obtenção de informações sobre o sistema, tais como configuração da rede, medidas de tensão, medidas de potências activas e reactivas nos barramentos, medidas de fluxo de potências activas e reactivas nas linhas. Estas informações são por vezes afectadas por erros de tal modo que o conjunto de dados de que se dispõe num dado instante pode não constituir um conjunto coerente.

A presença destes erros pode afectar, de forma por vezes significativa, o conhecimento que o operador possui do sistema pelo que, eventuais medidas de controlo a implementar, poderão ser afectadas por este facto. Para ultrapassar este problema recorre-se ao processo de **Estimação de Estado**. De uma forma muito genérica, esta metodologia está associada à identificação do valor de um conjunto de variáveis que melhor explicam um conjunto de informações oriundas do sistema de energia.

Uma das condições fundamentais para o controlo em tempo real de um sistema de energia é ter sempre disponível o vector de estado do sistema. O processo utilizado consiste em determinar a melhor estimativa do vector de estado em regime permanente de um sistema de energia. Este processo denomina-se de **Estimação de Estado**.

A Estimação de Estado pode então definir-se como um procedimento para a compensação dos erros grosseiros e falta de dados, isto é, uma metodologia cujo objectivo consiste em calcular o melhor valor para as variáveis de estado do sistema a partir da informação disponível vinda, por exemplo, da aparelhagem de medida.

Em regime permanente, a situação usual do sistema é a produção acompanhar as cargas de uma maneira normal, admitindo-se a presença de pequenas perturbações. Nestas condições, as tensões (módulo e fase) nos barramentos do sistema variam lentamente caracterizando as condições normais de operação. Assim, essas grandezas são tomadas como variáveis de estado do sistema e são consideradas como componentes do vector de estado do sistema.

O problema da estimação de estado revela-se complexo visto que existem muitas fontes de erros ou imprecisões dos dados:

- erros (ruído ou avaria) do equipamento de medida e de teletransmissão;
- má calibração da aparelhagem de medida;
- falta de leituras;
- não simultaneidade ou má sincronização das medidas;
- medidas realizadas durante fenómenos transitórios;
- erros no modelo matemático (modelo não devidamente validado);
- erros devido às assimetrias no sistema (desequilíbrio nas fases);
- parâmetros imprecisos da rede;
- erros na configuração da rede devido a erros na informação do estado (aberto ou fechado) dos disjuntores.

O problema da estimação de estado em sistemas de energia tem sido discutido por vários investigadores desde 1970. Schweppe ([ScW70], [ScR70] e [Sch70]) liderando um grupo de investigadores do *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) foi o primeiro a propôr e desenvolver a ideia da estimação de estado para a supervisão e controlo de sistemas de energia eléctrica.

Através da resolução de um problema de estimação de estado pode-se dar a conhecer ao operador do sistema as seguintes informações:

- a configuração correcta do sistema e a sinalização de incidentes;
- a estimativa dos trânsitos de potências nas linhas, potências produzidas pelos vários grupos, cargas nos barramentos e tensões nos barramentos;
- anomalias no sistema devido a incidentes (curto-circuitos, por exemplo) ou avarias de equipamentos de medida ou transmissão de dados e a sua localização geográfica.

Além destas informações muito úteis para um operador, a estimação de estado também pode ser utilizada no planeamento, por forma a permitir obter soluções mais correctas para diversos problemas, entre os quais se podem destacar:

- escolha dos pontos de medida;

- escolha da aparelhagem de medida a instalar e a sua classe de precisão;
- selecção de canais de transmissão de dados;
- calibração da aparelhagem de medida;
- selecção das grandezas a medir;
- verificação dos parâmetros das linhas.

As metodologias de estimação de estado podem subdividir-se em:

- **estimação estática**, a mais estudada, considera o vector de estado do sistema invariante no tempo, pelo que não é necessário modelizar-se a evolução temporal do estado. Cada conjunto de medidas é processado em intervalos de tempo pré-especificados, isoladamente, sem que sejam consideradas informações sobre o comportamento do sistema em instantes anteriores. No decorrer deste capítulo vão ser analisados, de uma forma mais detalhada, algoritmos no âmbito da Estimação de Estado estática;

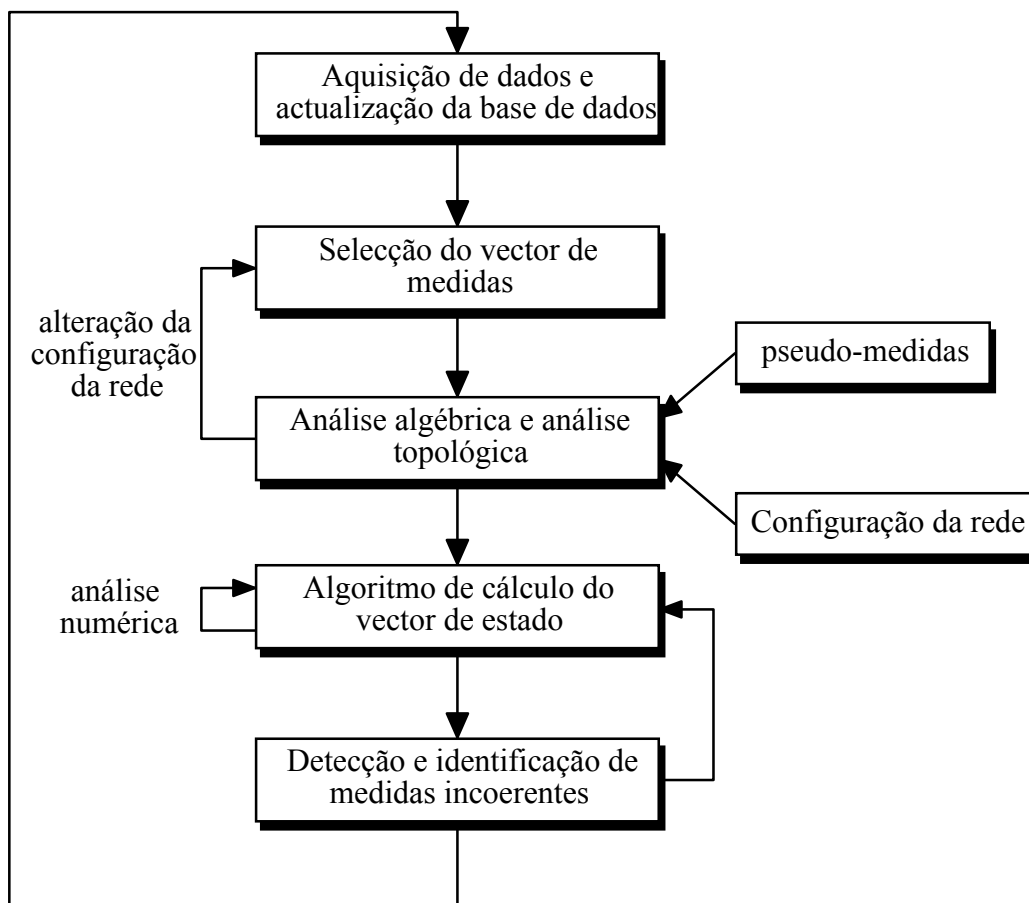


Figura 2.1: Fluxograma que relaciona os diversos problemas envolvidos no processo de estimação de estado.

- **estimação dinâmica**, consiste em estabelecer um modelo dinâmico para descrever o comportamento do estado do sistema. O filtro de Kalman tem sido utilizado para caracterizar o comportamento dinâmico do sistema. Todavia, a complexidade associada a este tipo de modelizações tem obrigado à realização de diversas simplificações.



Por esta razão, diversos modelos deste tipo referidos na literatura têm sido pouco utilizados.

Para se compreender melhor o problema da estimação de estado e os problemas que envolve, é apresentado na figura 2.1 um fluxograma correspondente a uma implementação desta metodologia.

A figura 2.1 pressupõe a aceitação de uma definição alargada e abrangendo problemas de cálculo numérico, de análise da configuração da rede, de selecção do vector de medidas, de detecção e identificação de medidas para o problema de estimação de estado. Em todo o caso, diversos investigadores têm apresentado uma visão mais restrita correspondente apenas ao algoritmo de cálculo do vector de estado.

Como se referiu, neste capítulo aceita-se a definição mais alargada visto ser mais complexa e englobar problemas que dificilmente se poderão ignorar ao realizar uma estimação de estado.

Neste capítulo vão ser abordados cada um dos problemas envolvidos no processo de Estimação de Estado, expondo-se para cada um deles um dos algoritmos referidos na literatura para a sua resolução. Assim, serão analisados:

- o algoritmo de cálculo do vector de estado;
- a selecção do vector de medidas;
- o problema da observabilidade;
- a detecção e identificação de dados incoerentes.

## **2.2 Formalização do problema de cálculo do vector de estado**

As duas principais abordagens ao cálculo do vector de estado baseiam-se:

- no método dos mínimos quadrados pesados (ponderados) inicialmente proposto por Schweppe [Sch70];
- na utilização de programação linear. Esta metodologia avalia a soma pesada dos valores absolutos de resíduos [Fal88], [Elk92] e [Lo86].

Estas são as duas principais metodologias utilizadas para resolver o problema de cálculo do vector de estado diferindo basicamente no modo como o problema é formulado. Por um lado, o método dos mínimos quadrados pesados que sido o método mais utilizado em programas e também o mais desenvolvido na literatura. Podem, assim, ser encontradas muitas publicações em que são estudados vários aspectos deste método desde a modelização, a eficiência computacional, a observabilidade do sistema, a análise de erros, a detecção e identificação de erros grosseiros nas medidas, além de muitos outros aspectos. Por outro lado, o método da soma pesada dos valores absolutos dos resíduos da estimação dá origem a algoritmos lineares para realizar a estimação de estado, a análise de erros e a detecção e identificação de erros grosseiros nas medidas.

Existem contudo, muitas variantes destes algoritmos, correspondentes a suas adaptações ou simplificações, entre as quais se podem salientar:

- [Hab92] utiliza como vector de estado as tensões nos barramentos em coordenadas rectangulares;
- [Liu92] e [Mil91] utilizam o método de mínimos quadrados médios em vez do método dos mínimos quadrados pesados;
- [ÇeA92] e [ÇAb92] utilizam um método de mínimos quadrados absolutos pesados em vez do método dos mínimos quadrados pesados;
- [Lin92] utiliza a programação dual para resolver o problema dos mínimos quadrados;
- [Mon91] propõe um modelo que inclui ramos com impedância nula;
- [Alv90] propõe a utilização de uma matriz aumentada de modo a eliminar restrições;
- [Cle90] propõe um método para resolver problemas com restrições de igualdade, em alternativa aos multiplicadores de Lagrange;

Em [Hol88] realiza-se uma comparação entre alguns destes métodos sendo analisados aspectos como a estabilidade numérica, a eficiência computacional e a complexidade de implementação.

Em qualquer dos casos, define-se  $X$  como sendo o vector de estado, possuindo dimensão  $2nb-1$  ( $nb$  é o número de barramentos do sistema) e considera-se o barramento de ordem  $nb$  como de referência para os argumentos das tensões. Dependendo da variante a utilizar, as tensões nos barramentos são representadas em coordenadas polares ou em coordenadas rectangulares. Define-se, também, o vector  $Z$  como sendo o vector de medidas, com dimensão  $nm$ . Este vector contém os valores das grandezas obtidas a partir do sistema de medidas.

Como os valores das grandezas medidas de um sistema eléctrico (fluxos de potências activas e reactivas nas linhas, potências activas e reactivas injectadas nos barramentos, módulos de tensões nos barramentos e módulos das intensidades de correntes nas linhas) podem ser representadas em função dos módulos e das fases das tensões nos barramentos (vector de estado), a expressão (2.1) é, em geral, utilizada para relacionar o vector de estado com as medidas.

$$Z = h(X) + \varepsilon \quad (2.1)$$

O vector  $\varepsilon$  ( $nm \times 1$ ) em (2.1) pode ser interpretado como uma variável aleatória possuindo distribuição Normal com valor médio nulo e matriz de covariância  $R$ , ou seja:

$$\begin{aligned} \varepsilon &\approx N(0, R) \\ R &= E \left[ \varepsilon \varepsilon^t \right] \end{aligned}$$

Nestas expressões :

- $\varepsilon$  representa o vector dos erros das medidas ( $nm \times 1$ );

- $N(0,R)$  representa a função de distribuição Normal com valor médio nulo e covariância  $R$ ;
- $E[.]$  representa a função do valor esperado;
- $R$  representa a matriz de covariância dos erros das medidas ( $\mathbf{nm} \times \mathbf{nm}$ ).

Considerando que todos os erros que podem afectar as medidas são independentes, a matriz  $R$  será dada por:

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_m^2 \end{bmatrix}$$

Nesta expressão:

- $\sigma_i^2, i = 1, \dots, nm$  representa a variância da medida  $i$ .

### Primeiro tipo de algoritmos de cálculo

Os métodos baseados no método dos mínimos quadrados pesados calculam o vector  $X$  que minimiza a soma pesada do quadrado dos erros. Ou seja, resolvem o seguinte problema:

$$\Phi(X) = \min_X \{ \epsilon^T R^{-1} \epsilon \}$$

No capítulo 3. são apresentados três métodos de resolução deste problema:

- método das equações normais sem desacoplamento;
- método das equações normais com desacoplamento;
- método com a conversão de todas as medidas para medidas equivalentes de intensidade de corrente.

Serão também dados alguns exemplos de carácter didáctico.

### Segundo tipo de algoritmos de cálculo

Os métodos baseados na soma dos valores absolutos dos resíduos da estimação convertem a expressão (2.1), considerando  $\epsilon = \eta - \rho$  sendo  $\eta$  e  $\rho$  dois vectores de variáveis de desvio positivas, no seguinte problema

$$\Phi'(X) = \min_X \{ R^{-1} (\eta + \rho) \}$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeito a: } & h(x^k) + \eta - \rho = z \\ & h(x^k) = h(x^{k-1}) + H(x^{k-1}) \Delta x^k \end{aligned}$$

## 2.3 Selecção do vector de medidas

### 2.3.1 Considerações gerais

O constante aumento da complexidade dos sistemas de energia obriga a seleccionar com cuidado as medidas a utilizar de modo a obter um conhecimento adequado do estado do sistema.

O cálculo do vector de estado exige o conhecimento de medidas, por exemplo, de:

- potências activas e reactivas injectadas nos barramentos;
- fluxos de potências activas e reactivas nas linhas;
- módulos das tensões nos barramentos;
- módulos de intensidades de correntes nas linhas.

Estas medidas são recolhidas pelas unidades terminais remotas e transmitidas para o sistema computacional instalado no centro de controlo. Os dados medidos podem ser contaminados por erros associados à operação dos aparelhos de medida e por ruídos na sua transmissão. Algumas situações, como a não realização ou transmissão de medidas, podem tornar o estado do sistema não observável. Isto significa que não será possível calcular o vector de estado utilizando as medidas disponíveis. Assim, o sistema de medida e transmissão de informação e a própria localização dos pontos de medida deverão ser estudados de forma adequada de modo a garantir que o sistema permaneça observável mesmo que ocorram alguns tipos de falhas.

Por esta razão, os locais a seleccionar para efectuar as medidas têm de ser tais que sejam verificadas as seguintes condições:

- assegurem resultados suficientemente exactos na estimação de estado;
- aumente a fiabilidade da estimação de estado no caso de falhas no sistema de recolha de medidas, no sistema de transmissão, etc...;
- reduza os custos de investimento.

Vários algoritmos foram propostos por vários autores para resolver este problema, entre os quais se destacam:

- em [Kog75] apresenta-se um algoritmo baseado num procedimento de eliminação de medidas pelo estudo das sensibilidades dessas medidas num critério de desempenho;

- em [Fet75] é proposta uma função de perdas com uma atenção especial para a propriedade da ortogonalidade das medidas boas. Desenvolveu-se, ainda, um algoritmo para determinar os melhores pontos de medida;

- em [Phu77] apresenta-se um algoritmo baseado num processo de minimização sequencial utilizando a informação que existe em comum entre o conjunto de medidas e o vector de estado, tentando, desta forma, melhorar simultaneamente a qualidade da solução da estimação de estado e os custos de investimento;

- o algoritmo apresentado em [Cle82] deu um significativo contributo para melhorar a fiabilidade do sistema de medidas considerando para isso o grau de observabilidade do conjunto de medidas;

- o algoritmo referido em [Aam83] estendeu o algoritmo apresentado em [Kog75] no sentido de considerar a qualidade da solução da estimação e a detecção de dados incoerentes;

- [Par88] propõe um algoritmo, descrito em 2.3.2, que tem por objectivo minimizar o custo total de investimento incluindo uma restrição associada à qualidade da solução da estimação de estado.

Para alguns destes autores o raio de redundância das medidas é considerado como um indicador muito importante. Contudo, a redundância revela-se pouco significativa se comparada com a qualidade do vector de estado estimado e com os custos de investimento.

### 2.3.2 Um algoritmo

O algoritmo exposto em seguida encontra-se descrito na referência bibliográfica [Par88].

O problema da escolha dos pontos óptimos de medida é formulado como um problema de optimização em que se pretende minimizar um índice de desempenho apropriado, sujeito a um conjunto de restrições.

Utiliza-se novamente o modelo associado a (2.1), para relacionar o vector de medidas  $Z$  com o vector de estado  $X$  e o vector de erros das medidas  $\epsilon$ :

$$Z=h(X)+\epsilon$$

Com:

- $E[\epsilon]=0$  ( $\epsilon$  é um vector com valor médio nulo);
- $E[\epsilon\epsilon^T]=R$  ( $\epsilon$  é um vector com covariância  $R$ ).

Para facilitar os cálculos, supõe-se que os erros nas medidas são independentes e, conseqüentemente, a matriz  $R$  é diagonal. Resolvendo o problema da estimação de estado por um método baseado nos mínimos quadrados, obtêm-se a matriz  $P$  da covariância dos erros da estimação de estado definida pela equação (2.2) e o vector de estado  $\underline{X}$ . Na expressão (2.2)  $H$  representa a matriz do Jacobiano do vector de funções  $h(X)$  calculada para  $\underline{X}$ .

$$P = E[(X - \underline{X})(X - \underline{X})^T] = (H^T R^{-1} H)^{-1} \quad (2.2)$$

Se o sistema for observável a matriz  $(H^T R^{-1} H)$  é não-singular e por isso invertível, e, conseqüentemente, todos os elementos da matriz  $P$  são finitos. Assim, o erro da estimação de estado pode ser directamente calculado a partir de  $P$  por (2.3).

$$ERRO = \text{Traço}(P) \quad (2.3)$$

O desempenho da estimação de estado pode ser calculado a partir deste ERRO. Pode, ainda, ser utilizado para solucionar o problema da escolha dos pontos de medida, ou seja, seleccionar um conjunto de medidas que minimiza o ERRO. A selecção dos pontos de medida pode ser realizada considerando que se pretende escolher um conjunto de pontos que minimiza este erro.

Contudo, algumas grandezas tais como o fluxo nas linhas de interligação podem assumir uma importância elevada para a operação do sistema de energia, pelo que pode ser desejável que o sistema de medidas seleccionado seja obtido minimizando os erros de estimação deste tipo de grandezas.

Seja  $Y$  o vector das grandezas deste tipo presentes no sistema, expresso na seguinte forma:

$$Y = f(X)$$

O índice de desempenho  $J$  do vector de estado, pode ser calculado pela expressão (2.4). Nesta expressão  $W$  representa a matriz dos pesos associada às grandezas  $Y$ . Esta matriz considera-se diagonal, sendo o valor dos seus elementos determinados de acordo com a experiência dos operadores do sistema.

$$J = E[(Y - \underline{Y})^T W (Y - \underline{Y})] \quad (2.4)$$

Manipulando a expressão (2.4) pode obter-se a expressão (2.5) para o cálculo do índice de desempenho  $J$  da estimação de estado.

$$J = \text{Traço}(\Gamma P \Gamma^T) \quad (2.5)$$

Nesta expressão:

- $\Gamma = W^{1/2} F$  ;
- $F = \frac{\partial f}{\partial X}$  representa a matriz do Jacobiano da função  $f(X)$ .

Para aumentar a fiabilidade da estimação de estado pode ser introduzida uma aproximação estatística de algumas medidas quando a ocorrência de falhas no sistema de medição/ transmissão torne essas medidas indisponíveis para o problema de estimação de estado. Nesta situação, o valor esperado do índice de desempenho calculado pela expressão (2.6) é mais significativo que o valor determinístico obtido por (2.5).

$$\hat{J} = E[J] = \sum_{E_k \subset \Omega} P(E_k) \cdot \text{Traço}(\Gamma P_{E_k} \Gamma^T) \quad (2.6)$$

Nesta expressão:

- $P_{E_k} = \left[ H_{E_k}^T R_{E_k}^{-1} H_{E_k} \right]^{-1}$ ;
- $E_k$  representa as falhas do sistema de medição/transmissão;
- $\Omega$  representa o conjunto inteiro de todas as falhas;
- $P(E_k)$  representa a probabilidade da falha  $E_k$  ocorrer;
- $H_{E_k}$  representa a matriz do Jacobiano das funções das medidas  $h(X)$  correspondente às medidas disponíveis quando a falha  $E_k$  ocorre;
- $R_{E_k}$  representa a matriz da covariância dos erros das medidas correspondentes às medidas disponíveis quando a falha  $E_k$  ocorre.

Se o valor esperado do índice de desempenho  $J$  for suficientemente pequeno, tanto a fiabilidade do sistema de medidas como a qualidade da solução da estimação de estado estão asseguradas.

Na prática estes índices podem ser utilizados considerando-se um conjunto de medidas apropriadas candidatas a serem incluídas no vector  $Z$ . Este conjunto pode ser criado a partir do pré-conhecimento do sistema de medida. Sejam  $M$  e  $M_c$  os conjuntos de medidas escolhidas e medidas candidatas, respectivamente ( $M$  está contido em  $M_c$ ):

$$M_c = \{z_{c1}, z_{c2}, \dots, z_{cm'}\}$$

$$M = \{z_1, z_2, \dots, z_{nm}\}$$

- Onde:
- $m'$  é o número de medidas candidatas;
  - $nm$  é o número de medidas escolhidas para a estimação de estado.

Seja  $C(M)$  o custo de investimento do sistema de medidas  $M$ , calculado por (2.7) uma vez conhecido o conjunto  $M$  e o custo  $C_i$ , o custo de instalação da aparelhagem para realizar a medida  $i$ .

$$C(M) = \sum_{i=1}^{nm} C_i \quad (2.7)$$

O problema de selecção óptima dos pontos de medida pode ser formulado do seguinte modo:

$$\text{Min}_{M \subset M_c} C(M) \quad (2.8)$$

Sujeito a:

$$\hat{J} = E \left[ \text{Traço}(\Gamma (H^T R^{-1} H)^{-1} \Gamma^T) \right] \leq \hat{J}_C$$

No problema de minimização (2.8) a equação das medidas  $Z=h(X)$  é calculada no conjunto  $M$ , sendo a matriz do Jacobiano  $H$  calculada directamente. Como, para diferentes

escolhas de  $M$ , há diferentes índices de desempenho e diferentes custos de investimento pode concluir-se que existe uma solução para o problema (2.8). É claro que a solução deste problema não se obtém investigando explicitamente o conjunto de soluções admissíveis devido ao alto grau de complexidade do problema e à sua natureza combinatória. Nestas condições, torna-se importante e necessário implementar um algoritmo de selecção de um conjunto de medidas subóptimo. Este algoritmo baseia-se na adição e eliminação sequencial de medidas do conjunto das medidas candidatas  $M_c$  em relação ao conjunto de medidas escolhidas  $M$ .

Para seleccionar o conjunto de medidas a empregar pode utilizar-se o algoritmo seguinte:

**- Algoritmo de adição e eliminação:**

i) Escolhe-se inicialmente por inspecção um conjunto de medidas que torne o sistema observável;

ii) Se o índice de desempenho da estimação de estado é maior que um valor pré-definido: então adiciona-se uma medida aplicando o algoritmo de adição apresentado a seguir; senão eliminam-se medidas aplicando o algoritmo de eliminação apresentado a seguir;

iii) Se o índice de desempenho da estimação de estado não pode ser melhorado por troca de qualquer medida do conjunto de medidas candidatas com qualquer medida do conjunto de medidas escolhidas: então (iv); senão regressa-se a (ii);

iv) O conjunto de medidas escolhidas é o sistema de medidas que é a solução do problema (2.7).

- **Algoritmo de adição:** escolhe-se de entre todas as medidas candidatas que ainda não estão no conjunto das medidas escolhidas uma das medidas com maior influência no índice de desempenho.

- **Algoritmo de eliminação:** escolhe-se de entre as medidas de  $M$  uma das medidas com menor influência no índice de desempenho; se o índice de desempenho da estimação de estado ainda não ultrapassou um valor pré-definido: então elimina-se a medida escolhida e repete-se o passo anterior.

Para mais detalhe sobre este algoritmo poderá ser consultada a referência [Par88].

Cada vez que há alteração no conjunto de medidas escolhidas é alterado o valor do índice de desempenho da estimação de estado. Por esta razão, o tempo de cálculo associado pode ser elevado. Para diminuir este tempo pode recorrer-se à expressão recursiva (2.9) para o cálculo da matriz de covariância dos erros  $P'$  da estimação de estado a partir da matriz  $P$  quando há modificação (adição ou eliminação) das  $u$  medidas  $\{z_{a1}, z_{a2}, \dots, z_{au}\}$ .

$$P' = P - PH_a^T (R_a \pm H_a P H_a^T)^{-1} H_a P \quad (2.9)$$

Nesta expressão:



- $R_a = E[\epsilon_a \epsilon_a^T]$ : matriz diagonal ( $u \times u$ ) da covariância de  $\epsilon_a$ ;
- $z_a = [z_{a1}, z_{a2}, \dots, z_{au}]^T$  representa o vector com as  $u$  medidas adicionadas ou eliminadas de  $M$ ;
- $\epsilon_a = z_a - h_a(x)$  representa o vector dos erros associados às medidas  $z_a$ ;
- $H_a$  representa a matriz do Jacobiano associada à função  $h_a(x)$ ;
- $P$  é a matriz de covariância dos erros da estimação de estado calculada antes da modificação;
- $P'$  é a nova matriz de covariância dos erros da estimação de estado calculada após a modificação por este processo;
- na expressão anterior o sinal  $+$  será utilizado se se adicionar medidas. O sinal  $-$  corresponde à eliminação de medidas.

Nesta expressão ( $R_a \pm H_a P H_a^T$ ) é uma matriz de dimensão  $u$  e a sua inversa pode ser facilmente calculada devido à sua pequena dimensão. Desta forma, o valor da matriz de covariância  $P'$  é facilmente calculado a partir da matriz de covariância  $P$  quando há alteração no sistema de medidas. O mesmo acontece em relação ao índice de desempenho determinístico e ao valor esperado do índice de desempenho ([Par88]).

Com o aumento da dimensão do sistema, este algoritmo exige uma capacidade de memória e um tempo de cálculo elevados. Esta situação é ainda agravada pelo facto de grande parte dos elementos de  $P$  serem não nulos. A utilização de uma versão desacoplada em que se realizam aproximações em  $H$  e, portanto, em  $P$  tem sido referida como vantajosa.

## 2.4 Observabilidade

### 2.4.1 Considerações gerais

A análise da observabilidade na estimação de estado pode ser dividida em três categorias:

- **análise algébrica**, significando que a matriz do Jacobiano  $H$  tem uma característica igual à dimensão do vector de estado  $X$ . O sistema diz-se observável algebricamente se  $H$  é uma matriz de característica máxima, isto é, se a característica for igual ao número de linhas ou colunas;

- **análise numérica**, preocupa-se com a estabilidade numérica durante o processo de cálculo iterativo da estimativa do estado do sistema. Um sistema observável algebricamente é também observável numericamente.

- **análise topológica**, a mais importante e também a mais estudada, relaciona os locais de medição com a configuração do sistema. Verifica-se ser impossível obter o vector de estado quando esta relação não é apropriada. O problema da observabilidade topológica é tratado como um problema de configuração do sistema ou de topologia da rede, o que,

como se sabe, coloca problemas adicionais já que a configuração do sistema sofre alterações com grande frequência.

Durante a operação do sistema de energia o conjunto de medidas processado pelo estimador de estado pode variar devido ao eventual mau funcionamento do sistema de teletransmissão ou do equipamento de medida. A topologia da rede poderá também ser modificada por acções de controlo do operador ou por acção do equipamento automático de protecção. Por estas razões, torna-se necessário determinar se as medidas existentes são suficientes, em número e localização, para estimar de forma adequada o vector de estado do sistema. Se este é o caso, a estimação de estado poderá prosseguir. Caso contrário, o sistema diz-se não observável, pelo que a estimação deverá ser realizada em subsistemas observáveis do sistema original. Alguns autores têm sugerido a adição de pseudo-medidas apropriadas ao conjunto de medidas inicial de modo a atingir a observabilidade.

Os objectivos da observabilidade topológica consistem resumidamente em:

- verificar se a rede é observável ou não;
- se a rede for não observável identificar ilhas observáveis;
- se a rede for não observável identificar ramos ou linhas de transmissão onde se revele eficiente a adição de pseudo-medidas de modo a tornar a rede observável.

Krumpholz, Clements e Davis [Kru80] deram uma contribuição importante para a resolução do problema da observabilidade de um sistema de energia ao formularem condições necessárias e suficientes para a observabilidade em termos de topologia da rede. Em [Kru80] define-se o grafo de uma rede a partir do sistema de medidas do seguinte modo: o nós do grafo são os barramentos do sistema; a cada medida de fluxo corresponde um ramo entre os nós correspondentes; a cada medida de injeção num barramento corresponde tantos ramos do grafo quantas as linhas que estão ligadas a esse barramento.

Com base na análise de [Kru80] uma rede é observável se e só se ela contém uma árvore abrangendo todos os nós. Baseado neste resultado foram propostos os seguintes algoritmos:

- o algoritmo referido em [Cle83] que é iniciado com uma floresta observável do grafo da rede e tenta depois ligar os componentes da floresta de modo a formar uma árvore observável;
- o algoritmo apresentado em [Qui82] que propõe um método de procura directa de uma árvore observável que toca todos os nós no grafo das medidas, utilizando um algoritmo de resolução do problema de intersecção de matrizes;
- o algoritmo apresentado em [Cut83] é um procedimento enumerativo que examina todas as possíveis medidas, quanto à observabilidade. Este algoritmo é simples comparado com os anteriores, mas devido aos requisitos computacionais apresenta uma aplicação limitada dado que o número de árvores cresce rapidamente com o aumento da dimensão da rede;

- o algoritmo referido em [Bar86] é um algoritmo simples e também eficiente do ponto de vista computacional. É baseado na formulação original da determinação da observabilidade como um problema de fluxo máximo numa rede. Este método é geral, pois encontra sempre uma árvore abrangente observável se ela existir. Se o sistema é julgado como não observável o algoritmo retorna uma floresta máxima observável indicando, também, as partes da rede que necessitam de inclusão de medidas adicionais ou pseudo-medidas;

- o algoritmo apresentado em [Mor91] utiliza uma técnica que permite minimizar a soma dos pesos atribuídos aos ramos da árvore que toca todos os nós. Para este efeito utiliza-se um grafo com pesos, sendo estes determinados nos ramos e nós em que são ou não realizadas medidas.

#### 2.4.2 Um algoritmo

Para este exemplo considera-se um problema de estimação do vector de estado utilizando, apenas, como medidas os fluxos nas linhas. Em [Mor91] é apresentado um algoritmo para avaliar a observabilidade numa situação como a descrita. Deve, no entanto, referir-se que esse algoritmo pode ser facilmente generalizado, de modo a incluir outro tipo de medidas.

Dado um sistema com  $\mathbf{nb}$  barramentos (nós) da rede e com  $\mathbf{nm}$  medidas, a equação de observação linear é descrita pela equação (2.10). Este modelo é obtido por linearização da equação (2.1), considerando o desenvolvimento em série de Taylor e desprezando os termos de ordem superior à primeira.

$$\mathbf{Z}=\mathbf{H}\mathbf{X}+\boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.10)$$

Nesta expressão:

- $\mathbf{Z}$  representa o vector de medidas ( $\mathbf{nm} \times 1$ );
- $\mathbf{H}$  representa a matriz do Jacobiano das funções  $h(\mathbf{X})$  que relacionam o vector de estado e o vector de medidas ( $\mathbf{nm} \times (\mathbf{2nb}-1)$ );
- $\mathbf{X}$  representa o vector de estado do sistema ( $(\mathbf{2nb}-1) \times 1$ );
- $\boldsymbol{\varepsilon}$  representa o vector dos erros ( $\mathbf{nm} \times 1$ );

A rede diz-se observável, ou observável algebricamente, se  $\text{rank}(\mathbf{H})=\mathbf{2nb}-1$ , onde a função  $\text{rank}(\mathbf{H})$  representa a característica da matriz  $\mathbf{H}$ , isto é, número de colunas de  $\mathbf{H}$  linearmente independentes.

Considerando que na equação (2.10) as grandezas presentes estão expressas em coordenadas polares e aplicando o princípio do desacoplamento obtêm-se as equações (2.11).

$$\begin{aligned} Z_P &= H_{P\theta} x_\theta + \varepsilon_P \\ Z_{QV} &= H_{QV} x_V + \varepsilon_{QV} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Nestas expressões:

- $Z_P$  representa o vector das medidas de potências activas (injectadas e fluxos);
- $Z_{QV}$  representa o vector de medidas das potências reactivas (injectadas e fluxos);
- $x_\theta$  representa o vector das fases das tensões;
- $x_V$  representa o vector dos módulos das tensões;
- $H_{P\theta}$  representa a sub-matriz da matriz  $H$  com respeito a  $x_\theta$ ;
- $H_{QV}$  representa a sub-matriz da matriz  $H$  com respeito a  $x_V$ ;
- $\varepsilon_P$  representa o vector dos erros das potências activas;
- $\varepsilon_{QV}$  representa o vector dos erros das potências reactivas.

Um sistema diz-se observável  $P\theta$ , ou que é observável algebricamente  $P\theta$ , se  $\text{rank}(H_{P\theta}) = \mathbf{nb} - 1$ . Este valor corresponde à dimensão de  $x_\theta$  visto haver um barramento de referência para os argumentos. De igual modo, o sistema diz-se que é observável  $QV$ , ou que é observável algebricamente  $QV$ , se  $\text{rank}(H_{QV}) = \mathbf{nb}$ . Este valor corresponde à dimensão de  $x_V$ .

Considera-se a representação da colocação dos locais de medição na rede  $P\theta$  como um grafo pesado onde os pesos dos ramos são atribuídos independentemente de haver ou não haver medições localizados nesses ramos. Define-se o grafo com pesos por  $G_{P\theta}$ . A rede diz-se observável topologicamente  $P\theta$  se  $\text{rank}(G_{P\theta}) = \mathbf{nb} - 1$ . Analogamente, a rede diz-se observável topologicamente  $QV$  se  $\text{rank}(G_{QV}) = \mathbf{nb}$ .

Considera-se que as medidas de potências activas e reactivas são feitas aos pares e o argumento da tensão no barramento de referência é componente do vector de estado, conclui-se que resolver o problema da observabilidade topológica  $P\theta$  é equivalente a resolver o problema da observabilidade topológica  $QV$ .

O algoritmo apresentado em [Mor91] verifica a observabilidade topológica definindo os pesos nos ramos e identificando a árvore que toca todos os nós da rede tal que a soma dos pesos nos ramos seja mínima. Este algoritmo atribui pesos aos ramos do grafo  $G_{P\theta}$  de acordo com a expressão seguinte:

$$\begin{aligned} w_{bi} &= 0, \text{ se } i \text{ tem medições} \\ w_{bi} &= 1, \text{ se } i \text{ não tem medições.} \end{aligned}$$

Como já se sabe, uma rede é observável topologicamente se a árvore abrangente tocar todos os nós. Desta forma, o problema da observabilidade topológica é transformado no problema de identificar a árvore abrangente mínima,  $T_{P\theta}$ , no grafo  $G_{P\theta}$  com pesos  $w_{bi}$ . Esta árvore que se pretende identificar é aquela que, de entre todas as árvores que tocam todos os nós, a soma dos pesos nos ramos é mínima. Define-se a soma dos pesos nos ramos

de uma árvore abrangente  $T_{P\theta}$  como  $w(T_{P\theta})$ . O problema transforma-se no cálculo do mínimo de  $w(T_{P\theta})$ , ou seja:

$$w(\underline{T}_{P\theta}) = \min w(T_{P\theta})$$

Com esta formulação do problema a observabilidade topológica é avaliada do seguinte modo:

- a rede é observável topologicamente se  $w(\underline{T}_{P\theta})=0$ , isto é, todos os ramos da árvore abrangente  $\underline{T}_{P\theta}$  contêm medidas;

- a rede não é observável topologicamente se  $w(\underline{T}_{P\theta})>0$ , isto é, há pelo menos um ramo da árvore abrangente  $\underline{T}_{P\theta}$  que não contém medidas.

Os locais onde não há medidas ou as medições são deficientes, tornam a rede não observável. Desta forma, a rede pode ser decomposta em algumas subredes observáveis denominadas ilhas observáveis. A ilha observável máxima é definida como a maior subrede observável da rede inicial. Utilizando os pesos referidos anteriormente, pode identificar-se com facilidade a ilha máxima observável e os locais onde devem ser colocadas pseudo-medidas. Verifica-se, deste modo, que a utilização do conceito de ilha máxima observável pode ser utilizado, de forma eficiente, para recuperar a observabilidade através da introdução de pseudo-medidas.

## 2.5 Detecção e identificação de dados incoerentes

### 2.5.1 Considerações gerais

A capacidade para analisar possíveis erros nas medidas é uma das funções da estimação de estado. Como se compreende a qualidade do vector de estado obtido a partir do algoritmo de cálculo é afectada pela presença de dados incoerentes. Por causa disto, torna-se necessário implementar algoritmos capazes de detectar, identificar e eliminar dados incoerentes. Estes algoritmos assumem uma importância muito grande, pelo que é usual considera-los como parte integrante do processo de estimação de estado.

Um bom método para a detectar os dados incoerentes deverá possuir as seguintes características:

- um bom desempenho na identificação, isto é, deverá ser capaz de identificar os dados incoerentes no conjunto de medidas. Significa isto que todos os dados identificados deverão ter erros grosseiros e que serão identificados todos os dados incoerentes que há no conjunto de medidas;

- rapidez computacional, isto é, deverá ser capaz de fornecer a identificação de dados incoerentes num espaço de tempo tão curto quanto possível.

Atendendo ao tipo de formulação do problema, os métodos de detecção e identificação de dados incoerentes podem ser classificados em duas classes.

Na 1ª classe são calculados os resíduos através das equações residuais não-lineares (2.12), para identificar os dados incoerentes.

$$r = z - h(x) \quad (2.12)$$

Nesta expressão:

- $r$  representa o vector dos resíduos (erros) das medidas;
- $z$  representa o vector das medidas;
- $x$  representa o vector de estado do sistema;
- $h(\cdot)$  representa um vector de funções não lineares que relacionam as medidas com o vector de estado.

Esta classe integra métodos baseados nos testes  $r_w$  e  $r_N$  a seguir apresentados. Estes testes gastam muito tempo, principalmente quando existem muitas medidas afectados com erros grosseiros no conjunto de medidas inicial.

Na 2ª classe é utilizado o conjunto de equações residuais lineares (2.13), ou outras alternativas lineares, para calcular uma estimativa dos erros das medidas no conjunto de dados suspeitos (S) e a correcção residual no conjunto de dados restantes (T) utilizando algumas sub-matrizes de  $W$ .

$$r = \vartheta \varepsilon \quad (2.13)$$

Nesta expressão:

- $r$  representa o vector dos resíduos das medidas;
- $\varepsilon$  representa o vector dos erros da estimação de estado;
- $\vartheta = I - H(H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1}$  - matriz das sensibilidades dos resíduos;
- $I$  representa a matriz identidade de dimensão igual ao número de medidas usadas no cálculo do vector de estado;
- $R = E[\varepsilon \varepsilon^T]$  representa a matriz de covariância de  $\varepsilon$ ;
- $H$  representa a matriz do Jacobiano da função  $h(x)$ .

Como  $\vartheta$  é uma matriz cheia, verifica-se que o cálculo de sub-matrizes de  $\vartheta$  *on line* é ainda pesado do ponto de vista de tempo de cálculo. Por esta razão, pode-se dizer que a chave da eficiência de um método de análise de dados incoerentes se encontra na forma como a matriz  $\vartheta$  é manipulada.

O algoritmo RMEEI (*Recursive Measurement Error Estimation Identification*) [Zha91] tem sido referido como rápido e eficiente, não necessitando de re-estimação ou de construir a matriz  $\vartheta$  no processo de identificação de dados incoerentes. A estimativa dos resíduos nas medidas do conjunto de dados suspeitos e as suas variâncias, assim como as estimativas dos resíduos nas medidas do conjunto de dados restantes e as suas variâncias, são alterados recursivamente utilizando um conjunto de fórmulas linearizadas. Em cada passo de identificação, os resíduos e as variâncias dos resíduos em ambos os conjuntos são simultaneamente modificados, o que reduz os efeitos laterais dos resíduos e aumenta a fiabilidade de identificação de medidas incoerentes do método. Atendendo às

características deste método, a velocidade computacional para identificação de dados incoerentes poderá sofrer um grande aumento.

A detecção de dados incoerentes, ou de erros estruturais, pode ser encarada como um problema de teste de hipóteses, em que as duas hipóteses são:

H0: Não há dados incoerentes ou erros estruturais presentes.

H1: H0 é falsa, isto é, há dados incoerentes ou erros estruturais presentes.

Define-se  $P_e$  como sendo a probabilidade de rejeitar H0 e H0 ser verdadeira, e define-

-se  $P_d$  como sendo a probabilidade de aceitar H1 (rejeitar H0) e H1 ser verdadeira, ou seja:

$$P_e = P(\text{Rejeitar H0} \mid \text{H0 verdadeira})$$

$$P_d = P(\text{Rejeitar H0} \mid \text{H1 verdadeira}).$$

De seguida, apresenta-se um teste de hipótese para detecção de dados incoerentes - teste  $J(x)$  -, e dois testes de identificação de dados incoerentes - teste  $r_N$  e o teste  $r_W$  -, comparando-se de seguida os seus desempenhos.

### 2.5.2 Teste $J(x)$

Este é um teste de hipóteses para detecção de dados incoerentes que utiliza a função quadrática de custo  $J(x)$  definida pela equação (2.14).

$$J(x) = r^T R^{-1} r \quad (2.14)$$

Nesta expressão:

- $J(x)$  representa a função quadrática de custo do vector de estado  $x$ ;
- $r$  representa o vector dos resíduos das medidas;
- $R$  representa a matriz de covariância do vector dos erros da estimação de estado.

Sendo  $nm$  o número de medidas do sistema,  $n$  o número de variáveis a estimar (número de componentes do vector de estado) e  $k=nm-n$ , definem-se as seguintes variáveis:

$$\xi_1 = \frac{J(x) - k}{\sqrt{2k}} \quad (2.15)$$

$$\xi_2 = \sqrt{J(x)} - \sqrt{2k} \quad (2.16)$$

Os teoremas seguintes aplicam-se a este problema:

- Se  $\varepsilon$  (  $\varepsilon = z - h(x)$  ) tem uma distribuição de probabilidade Normal então  $J(x)$  tem uma distribuição de probabilidade  $\chi^2$  (distribuição Qui-quadrado) com  $k$  graus de liberdade (a sua média é  $k$  e a sua variância é  $\sqrt{2k}$ );

- Se  $k$  é um valor suficientemente grande ( $k \geq 30$ ) então  $\xi_1$  e  $\xi_2$  têm uma distribuição de probabilidade Normal com média 0 e variância 1, isto é:

$$\xi_1 \sim N(0,1) \text{ e } \xi_2 \sim N(0,1).$$

A aceitação ou rejeição de  $H_0$  será realizada de acordo com as regras seguintes:

- aceitar  $H_0$ , se  $\xi_1 < \gamma$  (ou se  $\xi_2 < \gamma$ );
- rejeitar  $H_0$ , caso contrário.

em que  $\gamma$  é o nível limite de detecção.

A escolha de  $\gamma$  é determinada pelo valor de  $P_e$ . Por exemplo, quando  $\varepsilon$  tem distribuição de probabilidade Normal,  $k$  tem um valor suficientemente grande e se a hipótese  $H_0$  é verdadeira, então  $\xi_1 \sim N(0,1)$  e  $\gamma=1.65$  corresponde a um valor de  $P_e$  igual a 0.05.

### 2.5.3 Teste $r_N$

Sendo  $D$  a matriz diagonal da matriz de covariância  $P_r$  do vector de resíduos das medidas  $r$ , define-se o vector de resíduos normalizados,  $r_N$ , pela equação (2.16). O vector  $r_N$  assim definido apresenta uma distribuição de probabilidade Normal com valor médio nulo e com a matriz de covariância igual a  $\sqrt{D^{-1}}P_r\sqrt{D^{-1}}$ . Esta matriz é a identidade se a matriz  $P_r$  for diagonal, isto é, se os resíduos das medidas forem todos independentes entre si.

$$r_N = r\sqrt{D^{-1}} \quad (2.16)$$

As regras seguintes são utilizadas para se decidir entre a aceitação ou rejeição de  $H_0$ :

- aceitar  $H_0$ , se  $|r_{N,k}| < \gamma$ ,  $k=1, \dots, nm$ ;
- rejeitar  $H_0$ , caso contrário.

em que  $\gamma$  é o nível limite de detecção.

Se  $\varepsilon$  tem uma distribuição de probabilidade Normal e a hipótese  $H_0$  é verdadeira, então  $r_{N,k} \sim N(0,1)$ . Pode, assim, utilizar-se o processo de escolha para  $\gamma$ ,

Se  $P_{e,k} = P(|r_{N,k}| > \gamma | H_0)$  e  $P_{d,k} = P(|r_{N,k}| > \gamma | H_1)$ , então

$$P_e \leq P_{e,k} \text{ e } P_d \leq P_{d,k}.$$

### 2.5.4 Teste $r_W$

Sendo  $W$  (geralmente considera-se  $W = R^{-1}$ ) a matriz dos pesos atribuídos às medidas, define-se o vector de resíduos pesados,  $r_W$ , pela equação (2.18). O vector  $r_W$ , assim definido, apresenta uma distribuição de probabilidade Normal com valor médio nulo e com a matriz de covariância igual a  $\sqrt{R^{-1}}P_r\sqrt{R^{-1}}$ .



$$r_W = r\sqrt{R^{-1}} \quad (2.18)$$

A aceitação ou rejeição de  $H_0$  será realizada de acordo com as regras seguintes:

- aceitar  $H_0$ , se  $|r_{W,k}| < \gamma$ ,  $k=1, \dots, nm$ ;
- rejeitar  $H_0$ , caso contrário.

em que  $\gamma$  é o nível limite de detecção.

### 2.5.5 Comparação dos testes

A literatura tem apresentado algumas conclusões acerca de análises comparativas destes métodos:

- o teste  $r_N$  é mais sensível do que o teste  $r_W$ , isto é,  $r_N \geq r_W$ , o valor de  $r_N$  é sempre superior ou igual ao valor de  $r_W$  para todas as medidas;
- a implementação dos três testes é simples e rápida;
- o teste  $r_N$  requer cálculos *off-line* de  $D$ , enquanto o teste  $r_W$  e o teste  $J(x)$  realizam todos os cálculos *on-line*;
- o teste  $r_N$  é sempre mais eficaz do que o teste  $r_W$ ;
- o teste  $r_N$  é mais eficaz do que o teste  $J(x)$  quando há apenas um dado errado (para redes grandes);
- o teste  $J(x)$  é às vezes melhor de que o teste  $r_N$  e vice versa para múltiplos dados incoerentes ou erros estruturais.

De acordo com estas conclusões é de recomendar a implementação em simultâneo dos testes  $J(x)$  e  $r_N$  ou dos testes  $J(x)$  e  $r_W$ . A detecção de um dado errado é indicada e identificada se ambos os testes, de um destes dois pares, falharem. O par formado pelos testes  $J(x)$  e  $r_N$  é preferido se for possível construir a matriz  $D$  num tempo aceitável. Se forem utilizadas técnicas de esparsidade e uma programação cuidada verifica-se que o tempo de cálculo de  $D$  é menor ou igual ao tempo associado à realização de uma estimação pelo método dos mínimos quadrados.

### 2.5.6 Método RMEEI

Como já foi visto, o modelo geral para representar as medidas de um sistema de energia em função do vector de estado  $X$  apresenta a seguinte forma:

$$Z = h(X) + \varepsilon$$

O método RMEEI necessita que inicialmente se faça a divisão do conjunto primitivo de medidas,  $M$ , com  $nm$  elementos ( $nm$  medidas), nos seguintes conjuntos disjuntos:

- conjunto das medidas suspeitas,  $S$ , com  $ns$  elementos ( $ns$  medidas suspeitas);
- conjunto das medidas restantes,  $T$ , com  $nt$  elementos ( $nt=nm-ns$ ).

Seja  $X$  (com dimensão  $n$ ) o vector de estado estimado com as medidas do conjunto  $T$ , e  $r$  (com dimensão  $nm$ ) o vector dos resíduos calculado a partir de  $X$ . O vector  $r$  será,

em seguida, dividido nos vectores  $r_t$  (com dimensão  $\mathbf{nt}$ ) e  $r_s$  (com dimensão  $\mathbf{ns}$ ) correspondentes aos conjuntos T e S, respectivamente.

Se todos os dados de T são válidos, X é aproximadamente igual ao valor verdadeiro do vector estado, e as componentes do vector  $r_t$  são pequenas. Além disso, se todos os dados de S são incoerentes, as componentes do vector  $r_s$  são grandes e aproximadamente iguais aos seus erros individuais.

A principal dificuldade associada à identificação de dados incoerentes consiste em seleccionar a divisão mais correcta do conjunto M nos conjuntos S e T, tal que não haja dados incoerentes no conjunto T e não haja dados válidos no conjunto S. Quando há alguns dados incoerentes no conjunto T, X é desviado do valor real do vector de estado. É sabido que quanto menos dados incoerentes há em T mais poderoso é o teste  $r_N$  no conjunto T.

Como os dados suspeitos vão sendo removidos do conjunto T para o conjunto S, os dados incoerentes deixados em T serão cada vez menos e, por isso, os dados incoerentes em T serão mais facilmente detectados pelo teste  $r_N$ . Por outro lado, os dados válidos que no processo anterior tenham sido erradamente removidos do conjunto T para o conjunto S, serão também facilmente identificados pelo teste  $r_N$  e recolocados em T.

Para evitar efeitos laterais, quando uma medida suspeita é detectada e removida de T para S, o efeito desta medida suspeita nos resíduos das medidas é eliminado em ambos os conjuntos. Este objectivo pode ser atingido através de um esquema de re-estimação. Torna-se evidente que ao longo do processo o número de medidas suspeitas removidas é cada vez menor. Por isso, a possibilidade de remover um dado correcto para o conjunto S será menor, enquanto que o número de re-estimações a realizar será maior. Este método propõe, assim, um processo de evitar que o aumento da fiabilidade no processo de identificação de dados incoerentes origine de imediato uma degradação da eficiência de cálculo computacional.

Para executar a re-estimação de estado em cada passo do processo de identificação, é utilizado um conjunto de expressões lineares recursivas para substituir a re-estimação completa. Em cada passo, medidas seleccionadas são removidas do conjunto T para o conjunto S ou vice-versa, e os resíduos e as variâncias residuais em S e T são alteradas por acréscimos.

Quando se remove uma medida do conjunto T para o conjunto S, o número de medidas é alterado da seguinte forma:

$$S (\mathbf{ns} \text{ medidas}) \leftarrow T (\mathbf{nt} \text{ medidas}) \Rightarrow S (\mathbf{ns}+1 \text{ medidas}) \text{ e } T (\mathbf{nt}-1 \text{ medidas}).$$

Quando se remove uma medida do conjunto S para o conjunto T, o número de medidas é alterado da seguinte forma:

$S$  ( $ns$  medidas)  $\rightarrow$   $T$  ( $nt$  medidas)  $\Rightarrow$   $S$  ( $ns-1$  medidas) e  $T$  ( $nt+1$  medidas).

Seja  $X^{(nt)}$  o vector de estado calculado a partir das  $nt$  medidas do conjunto  $T$  e  $X^{(nt\mp 1)}$  o vector de estado calculado a partir de  $nt-1$  ou  $nt+1$  medidas do conjunto  $T$ . Os correspondentes resíduos serão representados por  $r^{(nt)}$  e  $r^{(nt\mp 1)}$  e as suas covariâncias por  $D^{(nt)}$  e  $D^{(nt\mp 1)}$ , respectivamente. Para simplificar, nas expressões seguintes não será utilizado o índice  $(nt)$ . Desta forma,  $X$  representa  $X^{(nt)}$ ,  $r$  representa  $r^{(nt)}$ , .... Do mesmo modo, substitui-se o índice  $(nt\mp 1)$  por  $'$ . Desta forma,  $X'$  representa  $X^{(nt\mp 1)}$ ,  $r'$  representa  $r^{(nt\mp 1)}$ , ....

Nas equações apresentadas a seguir o índice inferior  $s$  está associado a uma matriz, vector ou elemento calculado a partir do conjunto de medidas  $S$  e, de forma análoga, o índice inferior  $t$  corresponde a cálculos efectuados a partir do conjunto de medidas  $T$ .

### Fórmulas para actualização dos resíduos

Quando o conjunto de medidas se altera por deslocação da medida  $j$ , do conjunto  $T$  para o conjunto  $S$  ou do conjunto  $S$  para o conjunto  $T$ , os resíduos correspondentes poderão ser calculados pela equação (2.19).

$$r' = z - h(X') = r - \Delta r \quad (2.19)$$

Nesta expressão:

- $r$  representa o vector dos resíduos das medidas antes da alteração;
- $r'$  representa o vector dos resíduos das medidas após a alteração;
- $\Delta r = h(X') - h(X)$  representa o vector de incrementos dos resíduos causado pela deslocação da medida  $j$ .

A equação (2.19) permite actualizar os resíduos de um modo não-linear, necessitando, por outro lado, da re-estimação do estado do sistema para actualizar o vector  $X$ . A expressão do cálculo de  $\Delta r$  pode ser linearizada da seguinte forma:

$$\Delta r = H \Delta X \quad (2.20)$$

Nesta expressão:

- $H$  representa a matriz do Jacobiano da função  $h(X)$ , calculada em  $X$  (vector de estado  $X$  calculado no conjunto de medidas  $T$ );
- $\Delta X$  representa a alteração nas variáveis de estado causada pela deslocação da medida  $j$ .

Para o cálculo de  $\Delta r$  ser completamente linear é necessário que o cálculo de  $\Delta X$  seja também linear. Com o objectivo de obter uma expressão linear considera-se a equação (2.21).

$$\begin{aligned} \Delta X &= X' - X \\ &= \left( G^{-1} + \frac{n_j n_j^T}{\pm R_j - h_j n_j} \right) \left( H^T R^{-1} r \mp h_j^T R_j^{-1} r_j \right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Nesta expressão:

- $h_j$  representa a linha de ordem  $j$  da matriz  $H$ , calculada no conjunto  $T$ ;
- $R$  representa a matriz de covariância do erro do vector de estado calculado no conjunto  $T$ ;
- $G = (H^T R^{-1} H)$ ;
- $n_j = G^{-1} h_j^T$  ;
- $R_j$  representa a linha de ordem  $j$  da matriz  $R$ .

A convergência do algoritmo de estimação de estado significa que:

$$G^{-1} H^T R^{-1} r \rightarrow 0 \quad (2.22)$$

Deste modo, a equação (2.21) pode ser simplificada obtendo-se a equação:

$$\begin{aligned} \Delta X &= \pm n_j \left( 1 + \frac{h_j n_j}{\pm R_j - h_j n_j} \right) R_j^{-1} r_j \\ &= \frac{n_j r_j}{\pm R_j - h_j n_j} \end{aligned} \quad (2.23)$$

A equação (2.23) permite actualizar  $X$  de uma forma linear, ou seja:

$$X' = X + \frac{n_j r_j}{\pm R_j - h_j n_j} \quad (2.24)$$

Das equações (2.19), (2.20) e (2.23) obtém-se a expressão linear (2.25) que permite actualizar os resíduos.

$$r' = r + H \frac{n_j r_j}{\pm R_j - h_j n_j} \quad (2.25)$$

Considerando-se uma medida  $k$ , obtém-se a partir de (2.25) a expressão (2.26).

$$r'_k = r_k + \frac{h_k n_j r_j}{\pm R_j - h_j n_j}, \quad k = 1, \dots, nm \quad (2.26)$$

Conhecendo-se os resíduos calculados antes da deslocação de uma medida  $j$ , podem-se calcular os resíduos depois da deslocação por aplicação de (2.26), independentemente da deslocação ser do conjunto  $T$  para o conjunto  $S$  (sinal positivo na equação (2.26)) ou do conjunto  $S$  para o conjunto  $T$  (sinal negativo na equação (2.26)).

### **Fórmulas para actualização das variâncias dos resíduos**

As expressões para calcular as variâncias dos resíduos  $r_t$  e  $r_s$  são respectivamente:

$$D_t = \text{diag} \left\{ R_t - H_t G_t^{-1} H_t^T \right\} \quad (2.27)$$

$$D_s = \text{diag} \left\{ R_s + H_s G_t^{-1} H_s^T \right\}$$

Fazendo a decomposição das expressões (2.27) por medidas, obtém-se que, para cada medida  $k$  do conjunto  $M$  de todas as medidas, a variância do resíduo de cada medida é calculada do seguinte modo:

$$D_k = R_k + \begin{cases} -a_{kk}, & k \in T \\ +a_{kk}, & k \in S \end{cases}, k = 1, \dots, \mathbf{nm} \quad (2.28)$$

Nesta expressão:  $\bullet a_{kk} = h_k G_t^{-1} h_k^T$ ,  $k = 1, \dots, \mathbf{nm}$ .

Quando a medida  $j$  é deslocada do conjunto  $T$  para o conjunto  $S$  ou do conjunto  $S$  para o conjunto  $T$ , a expressão (2.30) pode ser utilizada para actualizar a variância do resíduo correspondente. Esta expressão é obtida considerando-se que (2.29) actualiza os valores de  $a_{kk}$  presentes em (2.30).

$$\begin{aligned} a'_{kk} &= h_k G_{t \pm 1}^{-1} h_k^T \\ &= h_k \left( G_t^{-1} + \frac{G_t^{-1} h_j^T h_j (G_t^{-1})^T}{\pm R_j - a_{jj}} \right) h_k^T \\ &= a_{kk} + \frac{a_{kj}^2}{\pm R_j - a_{jj}}, \quad k = 1, \dots, \mathbf{nm} \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$D'_k = D_k + \begin{cases} -\frac{a_{kj}^2}{\pm R_j - a_{jj}}, & k \in T \\ +\frac{a_{kj}^2}{\pm R_j - a_{jj}}, & k \in S \end{cases}, k = 1, \dots, \mathbf{nm} \quad (2.30)$$

### Observações

Uma vez calculados os novos valores para os resíduos das medidas e para a variância dos resíduos, o resíduo normalizado para a medida  $k$  pode ser calculado pela expressão:

$$r'_{Nk} = \frac{r'_k}{\sqrt{D'_k}}, \quad k = 1, \dots, \mathbf{nm} \quad (2.31)$$

Com os  $\mathbf{nm}$  resíduos normalizados calculados por (2.31) podem ser detectados dados suspeitos no conjunto  $T$ . É, também, possível distinguir de entre os dados que estão no conjunto  $S$ , os que estão afectados por erros dos que estão deles isentos.

Com esta análise e estas expressões para a actualização recursiva, não será necessário calcular em todas as alterações a matriz das sensibilidades residuais,  $\vartheta$ , nem é preciso

proceder à re-estimação de estado. O principal esforço de cálculo está associado ao cálculo do vector  $n_j = G_t^{-1} h_j^t$ , sendo este tempo de cálculo melhorado com a utilização de técnicas de esparsidade na inversão da matriz G.

Quando a medida j é removida, o resíduo da medida j é alterado pela equação (2.26) com  $k=j$ . Para esta medida, a expressão (2.32) permite obter o quociente entre o resíduo após a remoção e o resíduo antes da remoção da medida j.

$$\frac{r'_j}{r_j} = \frac{R_j}{R_j \mp a_{jj}} \quad (2.32)$$

Conclui-se a partir desta expressão que o resíduo da medida j é:

- aumentado se a medida j é removida do conjunto T para o conjunto S, pois  $R_j - a_{jj} \leq R_j$
- diminuído se a medida j é removida do conjunto S para o conjunto T, pois  $R_j + a_{jj} \geq R_j$

Quando a medida j troca de conjunto, a variância do resíduo da medida j mudará do valor dado pela equação (2.28), para o valor calculado pela expressão (2.33). Esta expressão corresponde às expressões (2.28) e (2.30) com  $k=j$ . Deve-se, ainda, atender a que se a medida j está no conjunto T é porque houve uma deslocação de S para T (sinal negativo em (2.30)) e se a medida j está no conjunto S é porque houve uma deslocação de T para S (sinal positivo em (2.30)).

$$\begin{aligned} D'_j &= R_j + \begin{cases} -a_{jj} - \frac{a_{jj}^2}{-R_j - a_{jj}}, & j \in T \\ +a_{jj} + \frac{a_{jj}^2}{+R_j - a_{jj}}, & j \in S \end{cases} \\ &= \frac{R_j^2}{R_j \mp a_{jj}} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Então,

$$\frac{D'_j}{D_j} = \frac{R_j^2}{(R_j \mp a_{jj})^2}$$

ou

$$\frac{\sqrt{D'_j}}{\sqrt{D_j}} = \frac{R_j}{R_j \mp a_{jj}}$$

Pode-se observar que o resíduo da medida j e o seu desvio padrão são incrementados na mesma proporção, quando a medida j é removida. Conclui-se então, que os resíduos normalizados da medida j não se alteram quando a medida j é removida, isto é,  $r_{Nj} = r_{Nj}$ . Esta conclusão é apenas válida para a medida deslocada.

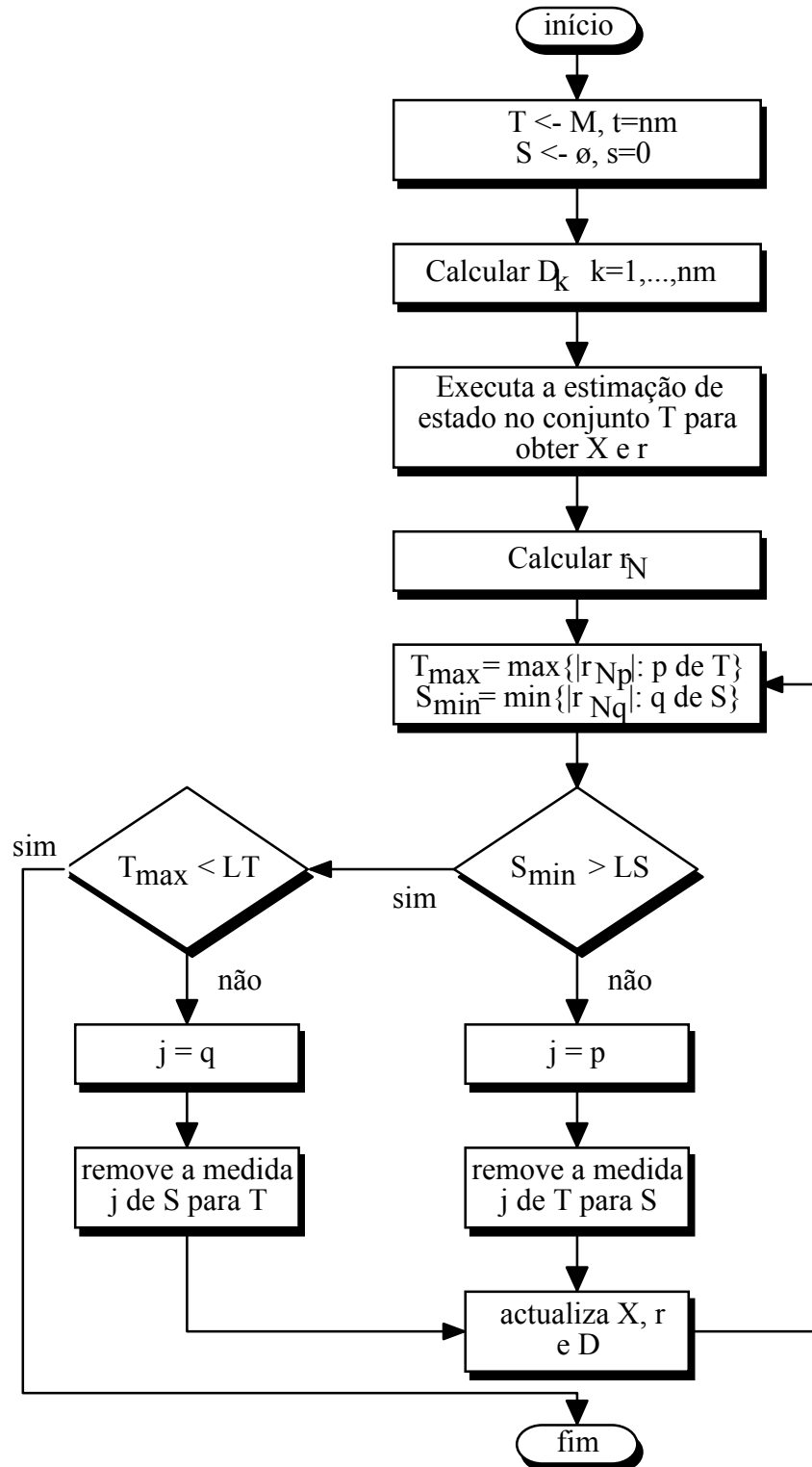


Figura 2.2: Fluxograma correspondente à implementação do algoritmo RMEEI para detectar e identificar dados incoerentes.

### Fluxograma

Na figura 2.2 é apresentado um fluxograma correspondente à implementação do algoritmo RMEEI. Nele aparecem as constantes LS e LT associadas ao processo de decisão. Estas constantes correspondem:

- LS - a margem de erro utilizada para identificar dados válidos no conjunto S, isto é, qualquer medida no conjunto S com  $|r_N| < LS$  é identificada como válida;
- LT - a margem de erro utilizada para identificar dados suspeitos no conjunto T, isto é, qualquer medida no conjunto T com  $|r_N| > LT$  é identificada como suspeita.





## 3 Algoritmos de Cálculo Determinísticos

### 3.1 Introdução

Os algoritmos de cálculo que serão apresentados neste capítulo baseiam-se no método dos mínimos quadrados pesados (ponderados) proposto por Schweppe ([ScW70], [ScR70] e [Sch70]). O problema assim formulado será resolvido pelo método iterativo de Newton-Raphson. A diferença entre os algoritmos a apresentar resultam de:

- no método das equações normais, considera-se o vector de estado representado na forma polar sendo este estimado não se realizando simplificações;
- no método das equações normais com desacoplamento, considera-se novamente o vector de estado representado na forma polar. Considera-se, no entanto, que existe uma fraca dependência entre as potências activas e os módulos das tensões, e as potências reactivas e as fases das tensões. Esta situação, reflectindo o princípio do desacoplamento, permite realizar diversas simplificações;
- no terceiro método realiza-se uma conversão de todas as medidas para medidas equivalentes de correntes. Neste caso o vector de estado é representado em coordenadas rectangulares.

Para cada um dos métodos, define-se o vector de estado  $X$  de dimensão  $2nb-1$  ( $nb$  é o número de barramentos do sistema e o barramento de ordem  $nb$  é escolhido para referência dos argumentos das tensões) da seguinte forma:

$$X = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_{nb-1} \\ V_1 \\ \vdots \\ V_{nb} \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad X = \begin{bmatrix} e_1 \\ f_1 \\ \vdots \\ e_{nb-1} \\ f_{nb-1} \\ e_{nb} \end{bmatrix}$$

Onde:

- $\theta_1, \dots, \theta_{nb-1}$  representam as fases das tensões nos  $(nb-1)$  barramentos;
- $V_1, \dots, V_{nb}$  representam os módulos das tensões nos  $nb$  barramentos;
- $e_1, \dots, e_{nb}$  representam as partes reais das tensões nos  $nb$  barramentos;
- $f_1, \dots, f_{nb-1}$  representam as partes imaginárias das tensões nos  $(nb-1)$  barramentos.

Define-se também o vector de medidas  $Z$  de dimensão  $nm$  ( $nm$  é o número de medidas que fazem parte do sistema de medidas), da seguinte forma:

$$Z = [\dots P_i \dots Q_i \dots P_{ik} \dots Q_{ik} \dots V_i \dots |I_{ik}| \dots]^T$$

Onde:

- $P_i$  representa a medida de potência activa injectada no barramento  $i$ ;
- $Q_i$  representa a medida de potência reactiva injectada no barramento  $i$ ;
- $P_{ik}$  representa a medida do fluxo potência activa na linha  $i-k$ ;

- $Q_{ik}$  representa a medida do fluxo potência reactiva na linha i-k;
- $V_i$  representa a medida do módulo da tensão no barramento i;
- $|I_{ik}|$  representa a medida do módulo da intensidade da corrente na linha i-k.

O modelo utilizado para relacionar o vector de estado com as medidas é representado pela equação (3.1). Esta equação é denominada **equação normal**.

$$Z=h(X)+\varepsilon \quad (3.1)$$

### 3.2 Método das equações normais

Nesta variante considera-se que as componentes do vector de estado  $X$  são as tensões representadas na forma polar. Considera-se também que o vector dos erros das medidas  $\varepsilon$  é uma variável aleatória com distribuição de probabilidade Normal com valor médio nulo e matriz de covariância  $R$ , ou seja:

$$\begin{aligned} \varepsilon &\approx N(0, R) \\ R &= E[\varepsilon\varepsilon^t] \end{aligned}$$

- Onde :
- $\varepsilon$  representa o vector dos erros das medidas ( $nm \times 1$ );
  - $N(0, R)$  representa a função de distribuição Normal com valor médio nulo e covariância  $R$ ;
  - $E[.]$  representa a função de valor esperado;
  - $R$  representa a matriz das covariâncias do vector erro ( $nm \times nm$ ).

Considerando que todas as medidas são independentes a matriz  $R$  tem seguinte forma:

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_m^2 \end{bmatrix}$$

- Onde: •  $\sigma_i^2, i = 1, \dots, nm$  representam as variâncias das medidas.

Utilizando o método dos mínimos quadrados pesados estabelece-se a função (3.2).

$$\begin{aligned} \Phi(X) &= \sum_{i=1}^{nm} \varepsilon_i^2 \alpha_i = \sum_{i=1}^{nm} [z_i - h_i(X)]^2 \alpha_i \\ &= [Z - h(X)]^T W [Z - h(X)] = \varepsilon^T W \varepsilon \end{aligned} \quad (3.2)$$

Nesta expressão:

- $\alpha_i = \sigma_i^{-2}$  representa o peso atribuído à medida. Este peso será considerado igual ao inverso da variância da medida i;

$$\bullet W = \begin{bmatrix} \alpha_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \alpha_m \end{bmatrix} \text{ é a matriz diagonal com os pesos das medidas. Neste caso}$$

$W$  é igual à inversa da matriz  $R$ .

O problema de cálculo do vector de estado consiste pois em determinar o vector  $\underline{X}$  que minimiza a função definida em (3.2), ou seja, encontrar o vector  $\underline{X}$  tal que:

$$\Phi(\underline{X}) = \min_{\underline{X}} \left\{ \underline{\epsilon}^T W \underline{\epsilon} \right\} \quad (3.3)$$

A minimização de (3.2), isto é, a resolução de (3.3) pode ser realizada calculando o valor do vector de estado  $\underline{X}$  que anula a derivada da função  $\Phi(\underline{X})$ . Desta forma, corresponde a encontrar o vector  $\underline{X}$  tal que:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \underline{X}} \right|_{\underline{X}=\underline{X}} = 0 \quad (3.4)$$

Calculando a derivada da equação (3.4) obtém-se a equação (3.5), em que  $H(\underline{X})$  representa a matriz do Jacobiano (matriz das derivadas parciais de primeira ordem em relação a cada componente do vector  $\underline{X}$ ) da função  $h(\underline{X})$ , calculado no ponto  $\underline{X}$ . Para simplificar representa-se a matriz do Jacobiano da função  $h(\underline{X})$  por  $H$ .

$$-2[Z - h(\underline{X})]^T W H(\underline{X}) = 0 \quad (3.5)$$

A equação (3.5) pode ser escrita da seguinte forma:

$$H^T W [Z - h(\underline{X})] = 0 \quad (3.6)$$

A partir da equação (3.6) define-se a função  $f(\underline{X})$  como sendo:

$$f(\underline{X}) = H^T W [Z - h(\underline{X})]$$

Assim sendo, o objectivo do cálculo do vector de estado é determinar  $\underline{X}$  tal que:

$$f(\underline{X}) = 0$$

Esta equação é resolvida utilizando o método iterativo de Newton-Raphson. A partir da série de Taylor, realiza-se a linearização de  $f(\underline{X})$  em torno de um ponto inicial  $\underline{X}^{(0)}$ , obtendo-se:

$$f(\underline{X}^{(0)}) + \left. \frac{\partial f(\underline{X})}{\partial \underline{X}} \right|_{\underline{X}=\underline{X}^{(0)}} (\underline{X} - \underline{X}^{(0)}) \approx 0$$

Sendo:

- $\left. \frac{\partial f(\underline{X})}{\partial \underline{X}} \right|_{\underline{X}=\underline{X}^{(0)}} = \left[ -H^T W H + S(\underline{X}) \right]_{\underline{X}=\underline{X}^{(0)}} = G^{(0)}$  a matriz das derivadas da função  $f(\underline{X})$  (Jacobiano de  $f(\underline{X})$ ) calculada no ponto  $\underline{X}^{(0)}$ ;
- $S(\underline{X}) = \frac{\partial}{\partial \underline{X}} \left[ H^T \right] W [Z - h(\underline{X})]$  representa o produto da matriz Hessiana de  $h(\underline{X})$  (matriz das segundas derivadas de  $h(\underline{X})$ ) pelo vector  $W[Z - h(\underline{X})]$ . Esta parcela pode ser desprezada visto ser pequena quando comparada com a parcela  $(-H^T W H)$ ;

A **matriz do ganho**  $G$  é calculada pela seguinte expressão:

$$G = H^T W H \quad (3.7)$$

Utilizando o método de Newton-Raphson define-se o seguinte processo iterativo:

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + [G^{(k)}]^{-1} f(X^{(k)}) \quad (3.8)$$

Na figura 3.1 apresenta-se um fluxograma detalhando a sequência de cálculos associados à utilização do método das equações normais de forma a calcular o vector  $\underline{X}$  que minimiza a função objectivo referida. O processo iterativo termina quando a norma do vector de desvios para o vector de estado for inferior a uma tolerância pré-especificada.

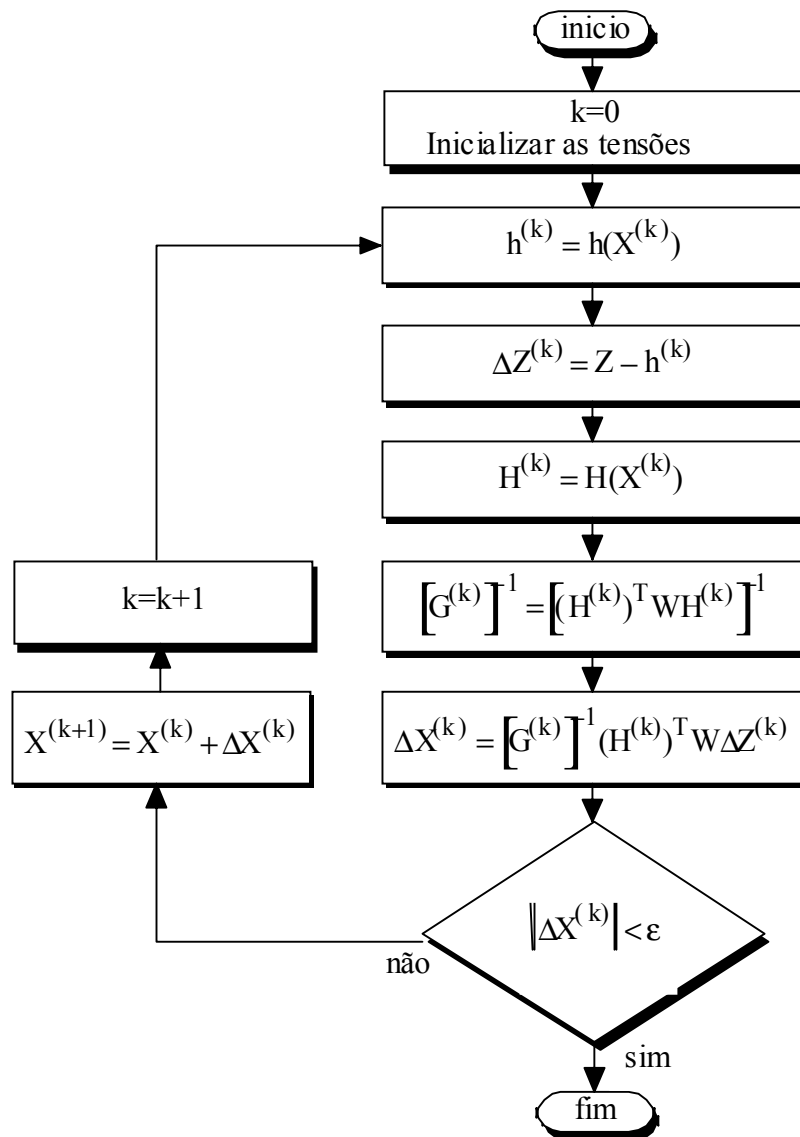


Figura 3.1: Fluxograma associado ao método das equações normais.

Os valores iniciais das tensões poderão corresponder ao módulo 1 e fase 0 nos barramentos onde não se dispõe de valores medidos. Se estes estiverem disponíveis poderão ser utilizados para este fim. O valor das tensões poderá ser também inicializado considerando-o igual ao valor associado ao vector de estado no estado anterior do sistema.

Esta última opção poderá ser mais adequada, dado que, em funcionamento normal, o estado do sistema não varia de forma brusca ao longo do tempo. Desta forma, o cálculo do vector de estado poderá envolver menos iterações e menos tempo de cálculo.

### 3.3 Método das equações normais com desacoplamento

Nesta variante não poderão ser consideradas medidas de módulos de intensidade de correntes nas linhas, pois não é possível realizar o seu desacoplamento.

Em geral as potências activas estão intimamente relacionadas com as fases das tensões, e as potências reactivas com os módulos das tensões. Sabe-se, também, que a dependência entre as potências activas e o módulo da tensão é pequena, assim como a dependência entre as potências reactivas e as fases das tensões. Estes factos correspondem ao princípio do desacoplamento e permitem considerar apenas as relações entre P e  $\theta$ , e Q e V.

O princípio do desacoplamento foi inicialmente aplicado ao estudo de trânsito de potências. Nesta secção, este princípio será aplicado ao algoritmo de estimação de estado, mais especificamente ao método de equações normais usado para estimar o estado do sistema. Pretende-se, assim, reduzir o esforço de cálculo e reduzir, também, a capacidade de memória necessária para implementar o algoritmo.

A matriz do Jacobiano pode ser dividida em quatro sub-matrizes:

$$H = \begin{bmatrix} H_{P\theta} & H_{PV} \\ H_{Q\theta} & H_{QV} \end{bmatrix}$$

em que cada uma das sub-matrizes integra as seguintes derivadas parciais:

$$H_{P\theta} = \frac{\partial P_{ik}}{\partial \theta_j}, \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j}$$

$$H_{Q\theta} = \frac{\partial Q_{ik}}{\partial \theta_j}, \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j}, \frac{\partial V_i}{\partial \theta_j}$$

$$H_{PV} = \frac{\partial P_{ik}}{\partial V_j}, \frac{\partial P_i}{\partial V_j}$$

$$H_{QV} = \frac{\partial Q_{ik}}{\partial V_j}, \frac{\partial Q_i}{\partial V_j}, \frac{\partial V_i}{\partial V_j}$$

Onde:

- $P_i$  representa a medida de potência activa injectada no barramento i;
- $P_{ik}$  representa a medida do fluxo potência activa na linha i-k;
- $Q_i$  representa a medida de potência reactiva injectada no barramento i;
- $Q_{ik}$  representa a medida do fluxo potência reactiva na linha i-k;
- $V_i$  representa a medida do módulo da tensão no barramento i;
- $\theta_j$  representa a fase da tensão no barramento j, componente do vector de estado;

•  $V_j$  representa o módulo da tensão no barramento  $j$ , componente do vector de estado.

Do mesmo modo, a matriz de ganho  $G$  e a matriz dos pesos das medidas  $R^{-1}$ , são divididas em quatro sub-matrizes cada uma:

$$G = \begin{bmatrix} G_{P\theta} & G_{PV} \\ G_{Q\theta} & G_{QV} \end{bmatrix}$$

$$R^{-1} = \begin{bmatrix} R_P^{-1} & 0 \\ 0 & R_{QV}^{-1} \end{bmatrix}$$

Atendendo ao princípio do desacoplamento as sub-matrizes  $H_{PV}$  e  $H_{Q\theta}$ , da matriz  $H$ , são desprezadas no cálculo da matriz do ganho  $G$ . Desta forma, as sub-matrizes  $G_{P\theta}$  e  $G_{QV}$ , da matriz  $G$ , são calculadas directamente a partir das correspondentes sub-matrizes das matrizes  $H$  e  $R$ , e as sub-matrizes  $G_{PV}$  e  $G_{Q\theta}$ , da matriz  $G$ , são nulas. Obtêm-se, então, as seguintes igualdades:

$$G_{PV} = G_{Q\theta} = 0$$

$$G_{P\theta} = H_{P\theta}^T R_P^{-1} H_{P\theta} \quad (3.9)$$

$$G_{QV} = H_{QV}^T R_{QV}^{-1} H_{QV}$$

Ao considerar-se estas aproximações no cálculo da matriz do ganho não se altera a precisão dos resultados, mas apenas se modifica o número de iterações e o número de operações necessárias para obter a convergência do processo iterativo.

Considerando-se que o vector de medidas  $Z$ , o vector de estado  $X$ , o vector de funções  $f$  e o vector de funções  $h$ , têm as seguintes decomposições:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_P \\ Z_{QV} \end{bmatrix}$$

Onde:  $Z_P = [\dots P_i \dots P_{ik} \dots]^T$

$$Z_{QV} = [\dots Q_i \dots Q_{ik} \dots V_i \dots]^T$$

$$X = \begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix}$$

Onde:  $\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_{nb-1} \end{bmatrix}$   $V = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_{nb} \end{bmatrix}$

$$f = \begin{bmatrix} f_P \\ f_{QV} \end{bmatrix}$$

$$h = \begin{bmatrix} h_P \\ h_{QV} \end{bmatrix}$$

O método das equações normais em vez de utilizar a equação (3.8) para actualizar o vector de estado na iteração de ordem (k+1), considera agora as equações (3.10).

$$\begin{cases} \theta^{(k+1)} = \theta^{(k)} + [G_{P\theta}]^{-1} f_P(X^{(k)}) \\ V^{(k+1)} = V^{(k)} + [G_{QV}]^{-1} f_{QV}(X^{(k)}) \end{cases} \quad (3.10)$$

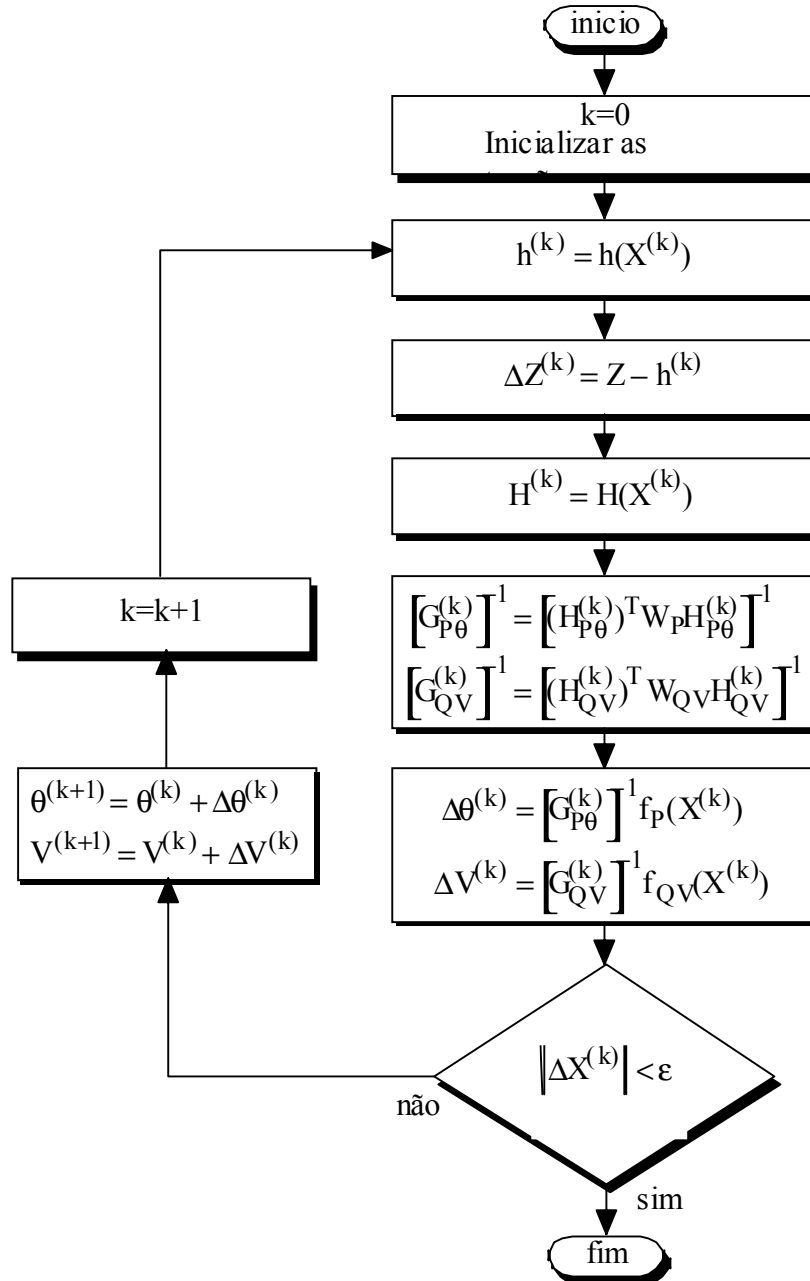


Figura 3.2: Fluxograma associado ao método de equações normais com desacoplamento no cálculo da matriz do ganho G.



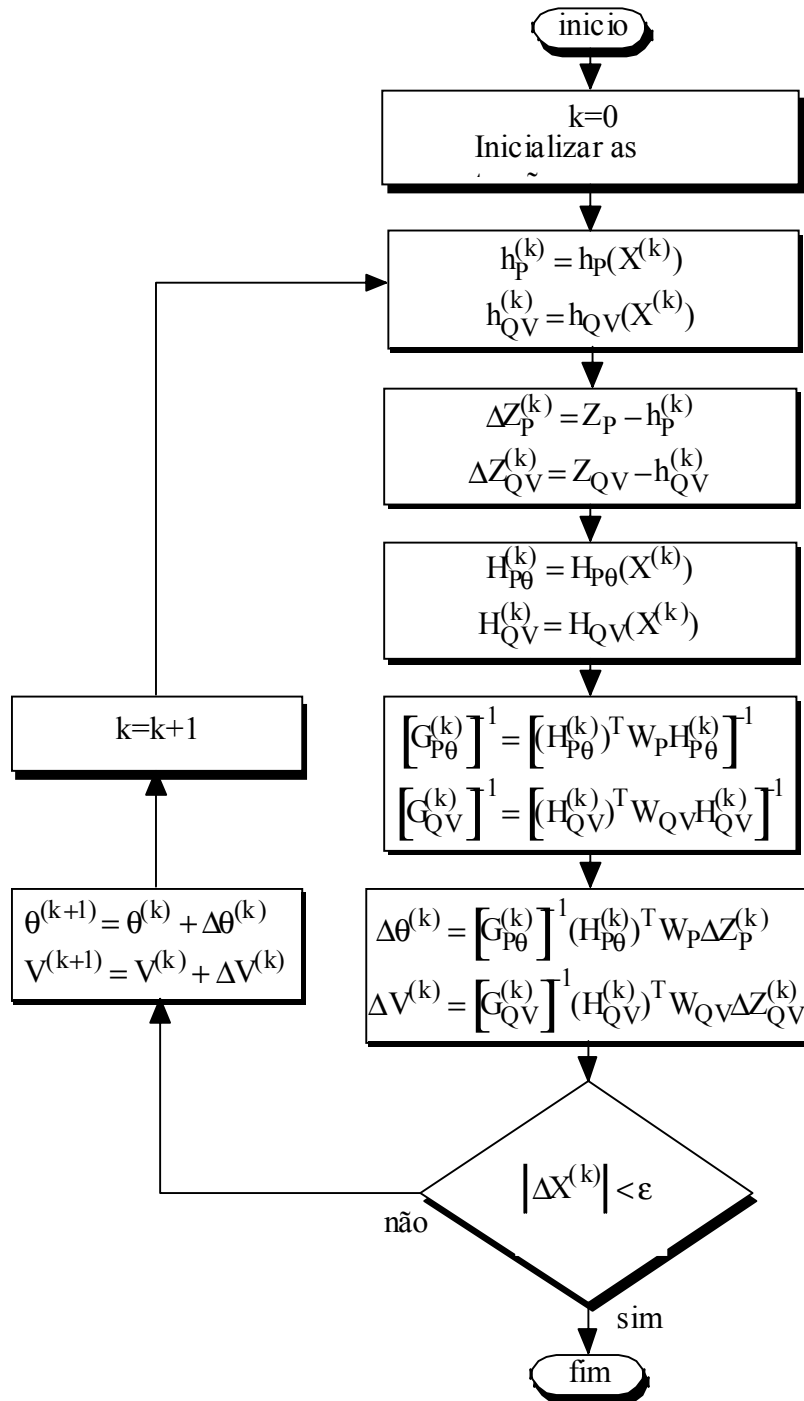


Figura 3.3: Fluxograma associado ao método de equações normais com desacoplamento total.

Na figura 3.2 apresenta-se um fluxograma com a sequência de cálculos a realizar para determinar o vector de estado pelo método das equações normais em que é desacoplada a matriz do Jacobiano  $H$  no cálculo da matriz do ganho  $G$ . Deste modo, a matriz do ganho  $G$  fica também desacoplada. Com esta simplificação, em vez de se inverter uma matriz de dimensão  $(2nb-1)$  invertem-se duas de menor dimensão (uma de dimensão  $nb-1$  e outra de  $nb$ ). Desta forma, o tempo necessário para realizar cada iteração

diminui visto que o número de operações algébricas diminui. É ainda reduzida a capacidade de memória necessária para armazenar as matrizes.

De salientar que neste método, o cálculo de  $f(X^{(k)})$  não envolveu nenhuma simplificação em relação ao que se fazia no método descrito no ponto anterior.

No entanto, no cálculo de  $f(X^{(k)})$  pode, também, realizar-se o desacoplamento da matriz do Jacobiano  $H$ , isto é, desprezar as sub-matrizes  $H_{PV}$  e  $H_{Q\theta}$ , da matriz  $H$ . Desta forma, obtêm-se as equações (3.11) para calcular o valor de  $f(X)$  na iteração de ordem  $(k)$ .

$$\begin{cases} f_P(X^{(k)}) = H_{P\theta}^T R_P^{-1} [Z_P - h_P(X^{(k)})] \\ f_{QV}(X^{(k)}) = H_{QV}^T R_{QV}^{-1} [Z_{QV} - h_{QV}(X^{(k)})] \end{cases} \quad (3.11)$$

Na figura 3.3 é apresentado o fluxograma que representa a sequência de cálculos a realizar para determinar o vector de estado pelo método de equações normais com desacoplamento em todas as matrizes e vectores, onde tal se revela possível.

Deve notar-se que as aproximações no cálculo de  $f(X)$  já influenciam a solução encontrada. No entanto, tais aproximações são consideradas aceitáveis na generalidade dos sistemas reais. Noutros casos, no entanto, verifica-se que o princípio do desacoplamento não é válido pelo que não deverá ser utilizado.

### 3.4 Método que converte as medidas realizadas para medidas de correntes

As medidas utilizadas por este método para calcular o estado do sistema em tempo real, podem ser:

- medidas de potências (activas e reactivas) injectadas nos barramentos;
- medidas de fluxos de potências (activas e reactivas) nas linhas;
- medidas de módulos de tensões nos barramentos;
- medidas de módulos das intensidades de correntes nas linhas.

A implementação deste método exige que as medidas de potências sejam emparelhadas, isto é, que num barramento haja simultaneamente uma medida de potência activa injectada e uma medida de potência reactiva injectada. O mesmo deverá acontecer para os fluxos de potências nas linhas.

Como se verificou na secção 3.2 deste capítulo, a matriz do ganho  $G=(H^T R^{-1} H)$  terá de ser invertida em cada iteração do processo iterativo. Esta é, portanto, a operação que ocupa mais tempo. O principal objectivo deste método [Lu94] será fazer diminuir o tempo de cálculo utilizado nesta operação. É claro que, como a matriz do ganho é uma matriz esparsa, isto é, grande número dos seus elementos são nulos, é bastante vantajoso recorrer a técnicas de esparsidade para proceder ao seu armazenamento e inversão.

Nesta técnica de cálculo do vector de estado consideram-se coordenadas rectangulares para representar as tensões pertencentes ao vector de estado. Desta forma, o

vector de estado será composto pela parte real e pela parte imaginária das tensões nos barramentos. Sendo  $\mathbf{nb}$  o número de barramentos do sistema, e sendo  $\mathbf{E}_i = \mathbf{e}_i + j \mathbf{f}_i$  a representação da tensão no barramento  $i$  em coordenadas rectangulares, o vector de estado  $\mathbf{X}$  terá a seguinte forma:

$$\begin{aligned} e_i &= |E_i| \cos(\theta_i) \\ f_i &= |E_i| \sin(\theta_i) \end{aligned}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} e_1 \\ f_1 \\ \vdots \\ e_{nb-1} \\ f_{nb-1} \\ e_{nb} \end{bmatrix}$$

Sendo  $y_{ij} = g_{ij} + j b_{ij} = \frac{1}{Z_{ij}}$  a admitância da linha que liga os barramentos  $i$  e  $j$ , o

elemento da linha  $i$  e da coluna  $j$  da matriz das admitâncias é definido por:

$$Y_{ij} = -y_{ij} = -y_{ji} = Y_{ji}, \text{ se } i \neq j$$

$$Y_{ii} = y_{i0} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n y_{ik}, \text{ se } i = j$$

Sendo  $\mathbf{G}$  a matriz das condutâncias e  $\mathbf{B}$  a matriz das susceptâncias, matriz das admitâncias será dada por:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G} + j \mathbf{B}$$

Para simplificar as fórmulas de cálculo, pode considerar-se que as admitâncias shunt do modelo em  $\Pi$  das linhas são nulas.

Sendo as tensões representadas em coordenadas rectangulares, as funções do vector  $\mathbf{h}(\mathbf{X})$  correspondentes às potências são dadas por (3.12) e (3.13):

- medida de fluxo de potência na linha  $i$ - $j$ :

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = E_i \frac{E_i^* - E_j^*}{Z_{ij}^*} = E_i y_{ij}^* (E_i^* - E_j^*) \quad (3.12)$$

- medida de potência injectada no barramento  $i$ :

$$S_i = P_i + jQ_i = E_i \sum_{k \neq i} \frac{(E_i^* - E_k^*)}{Z_{ik}^*} = E_i \sum_{k \neq i} y_{ik}^* (E_i^* - E_k^*) \quad (3.13)$$

Desenvolvendo a equação (3.12) e separando em parte real e parte imaginária obtêm-se as expressões (C.38) e (C.39) do anexo C, respectivamente para o fluxo de potência activa e para o fluxo de potência reactiva.

De uma forma análoga, as expressões (C.36) e (C.37) do anexo C, permitem calcular a potência activa injectada e para a potência reactiva injectada após desenvolver (3.13) e separando as suas partes reais e imaginárias.

Atendendo às expressões do anexo C:

- (C.43) a (C.46) das derivadas parciais da potência activa injectada;
- (C.47) a (C.50) das derivadas parciais da potência reactiva injectada;
- (C.51) a (C.54) das derivadas parciais do fluxo de potência activa;
- (C.55) a (C.58) das derivadas parciais do fluxo de potência reactiva,

os elementos correspondentes na matriz H do Jacobiano de  $h(X)$  representados sob a forma de sub-matrizes, têm a seguinte forma:

$$\begin{array}{c} P_i \\ Q_i \end{array} \begin{bmatrix} e_k & f_k \\ \frac{\partial P_i}{\partial e_k} & \frac{\partial P_i}{\partial f_k} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial e_k} & \frac{\partial Q_i}{\partial f_k} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} P_{ij} \\ Q_{ij} \end{array} \begin{bmatrix} e_k & f_k \\ \frac{\partial P_{ij}}{\partial e_k} & \frac{\partial P_{ij}}{\partial f_k} \\ \frac{\partial Q_{ij}}{\partial e_k} & \frac{\partial Q_{ij}}{\partial f_k} \end{bmatrix}$$

Analisando estas matrizes, conclui-se que os elementos da matriz H do Jacobiano de  $h(X)$  correspondentes a medidas de potências são dependentes das variáveis de estado ( $e_i$  e  $f_i$ ), isto é, são dependentes do vector de estado. Isto significa que, para cada valor diferente do vector de estado, a matriz H deverá ser recalculada. O mesmo acontece com a matriz do ganho que, sendo dependente da matriz H, terá de ser calculada e invertida em todas as iterações do método.

Se em vez de medidas de potência forem utilizadas medidas de correntes (injectadas nos nós e fluxos nas linhas), então as funções do vector  $h(X)$  correspondentes, serão dadas por (3.14) e (3.15):

- medida de corrente injectada no barramento i:

$$I_i = I_i^r + jI_i^i = \sum_{k \neq i} [Y_{ik}(E_i - E_k)] = \sum_{k=1}^{nb} [Y_{ik}E_k] \quad (3.14)$$

- medida de fluxo corrente na linha i-j:

$$I_{ij} = I_{ij}^r + jI_{ij}^i = \frac{E_i - E_j}{Z_{ij}} = y_{ij}(E_i - E_j) \quad (3.15)$$

Desenvolvendo a equação (3.14) e separando em parte real e parte imaginária, obtêm-

-se as seguintes expressões para o cálculo da parte real da corrente injectada e parte imaginária da corrente injectada:

$$\begin{aligned}
 I_i^r &= \sum_{k=1}^{nb} [G_{ik} e_k - B_{ik} f_k] \\
 I_i^i &= \sum_{k=1}^{nb} [G_{ik} f_k + B_{ik} e_k]
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Para calcular os elementos da matriz H derivam-se parcialmente as equações (3.16) em relação ao vector de estado, obtendo-se as seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial I_i^r}{\partial e_k} = G_{ik} \quad \frac{\partial I_i^r}{\partial f_k} = -B_{ik} \\
 \frac{\partial I_i^i}{\partial e_k} = B_{ik} \quad \frac{\partial I_i^i}{\partial f_k} = G_{ik}
 \end{aligned}, \quad k = 1, \dots, nb \tag{3.17}$$

Da mesma forma, desenvolvendo a equação (3.15) e separando em parte real e parte imaginária, obtêm-se as seguintes expressões para o cálculo da parte real do fluxo de corrente e parte imaginária do fluxo de corrente:

$$\begin{aligned}
 I_{ij}^r &= G_{ij}(e_j - e_i) + B_{ij}(f_i - f_j) \\
 I_{ij}^i &= G_{ij}(f_j - f_i) + B_{ij}(e_j - e_i)
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Para calcular os elementos da matriz H devem-se obter as derivadas parciais de (3.18) em relação ao vector de estado, obtendo-se as seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial I_{ij}^r}{\partial e_i} = -G_{ij} \quad \frac{\partial I_{ij}^r}{\partial e_j} = G_{ij} \quad \frac{\partial I_{ij}^r}{\partial f_i} = B_{ij} \quad \frac{\partial I_{ij}^r}{\partial f_j} = -B_{ij} \\
 \frac{\partial I_{ij}^i}{\partial e_i} = -B_{ij} \quad \frac{\partial I_{ij}^i}{\partial e_j} = B_{ij} \quad \frac{\partial I_{ij}^i}{\partial f_i} = -G_{ij} \quad \frac{\partial I_{ij}^i}{\partial f_j} = G_{ij}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Analisando as expressões (3.17) e (3.19) pode concluir-se que os elementos da matriz H correspondentes às medidas de correntes, representados sob a forma de sub-matrizes, têm a seguinte forma:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} e_k \quad f_k \\
 I_i^r \left[ \begin{array}{cc} G_{ik} & -B_{ik} \end{array} \right] \\
 I_i^i \left[ \begin{array}{cc} B_{ik} & G_{ik} \end{array} \right]
 \end{array} \\
 \\
 \begin{array}{cc}
 \begin{array}{c} e_i \quad f_i \\
 I_{ij}^r \left[ \begin{array}{cc} -G_{ij} & B_{ij} \end{array} \right] \\
 I_{ij}^i \left[ \begin{array}{cc} -B_{ij} & -G_{ij} \end{array} \right]
 \end{array} &
 \begin{array}{c} e_j \quad f_j \\
 I_{ij}^r \left[ \begin{array}{cc} G_{ij} & -B_{ij} \end{array} \right] \\
 I_{ij}^i \left[ \begin{array}{cc} B_{ij} & G_{ij} \end{array} \right]
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

Desta forma, os elementos da matriz H correspondentes a medidas de correntes injectadas e a medidas de fluxo de correntes, são **independentes** das componentes do

vector de estado ( $e_i$  e  $f_i$ , para todo o valor de  $i$ ). Deste modo, para um dado sistema, a matriz  $H$  só depende das características do sistema sendo independente do valor corrente do vector de estado do sistema. Portanto, o cálculo da matriz do ganho é independente do vector de estado, pelo que só é preciso construir e inverter a matriz do ganho  $G$  no início do processo de cálculo mantendo-se esta inalterada ao longo do processo iterativo.

Conclui-se que, se todas as medidas corresponderem a correntes é possível melhorar significativamente o algoritmo de cálculo do vector de estado dado que a matriz do ganho será construída e invertida apenas uma vez.

Para todas as medidas corresponderem a correntes é necessário converter todas as medidas existentes no sistema de medidas, notadas com o índice **med**, em medidas equivalentes de correntes associadas ao índice **medeq**. As medidas de módulos de tensões não necessitam ser convertidas em medidas equivalentes de correntes, pois a sub-matriz não nula de  $H$  correspondente a uma medida de módulo de tensão é a identidade.

Para as diferentes medidas realizam-se, assim, as seguintes conversões:

- medida de potência injectada no barramento  $i$ :

$$I_i^{\text{medeq}} = I_i^{\text{rmedeq}} + jI_i^{\text{imedeq}} = \left( \frac{S_i^{\text{med}}}{E_i} \right)^* = \left( \frac{P_i^{\text{med}} - jQ_i^{\text{med}}}{E_i^*} \right) \quad (3.20)$$

$$I_i^{\text{rmedeq}} = \frac{e_i P_i^{\text{med}} + f_i Q_i^{\text{med}}}{e_i^2 + f_i^2}$$

$$I_i^{\text{imedeq}} = \frac{f_i P_i^{\text{med}} - e_i Q_i^{\text{med}}}{e_i^2 + f_i^2}$$

- medida de fluxo de potência na linha  $i$ - $j$ :

$$I_{ij}^{\text{medeq}} = I_{ij}^{\text{rmedeq}} + jI_{ij}^{\text{imedeq}} = \left( \frac{S_{ij}^{\text{med}}}{E_i} \right)^* = \left( \frac{P_{ij}^{\text{med}} - jQ_{ij}^{\text{med}}}{E_i^*} \right) \quad (3.21)$$

$$I_{ij}^{\text{rmedeq}} = \frac{e_i P_{ij}^{\text{med}} + f_i Q_{ij}^{\text{med}}}{e_i^2 + f_i^2}$$

$$I_{ij}^{\text{imedeq}} = \frac{f_i P_{ij}^{\text{med}} - e_i Q_{ij}^{\text{med}}}{e_i^2 + f_i^2}$$

- medida de módulo de tensão no barramento  $i$ :

$$E_i^{\text{medeq}} = E_i^{\text{rmedeq}} + jE_i^{\text{imedeq}} = |E_i|^{\text{med}} \left( \frac{E_i}{|E_i|} \right) \quad (3.22)$$

$$E_i^{\text{rmedeq}} = \frac{|E_i|^{\text{med}}}{\sqrt{e_i^2 + f_i^2}} e_i$$

$$E_i^{\text{imedeq}} = \frac{|E_i|^{\text{med}}}{\sqrt{e_i^2 + f_i^2}} f_i$$

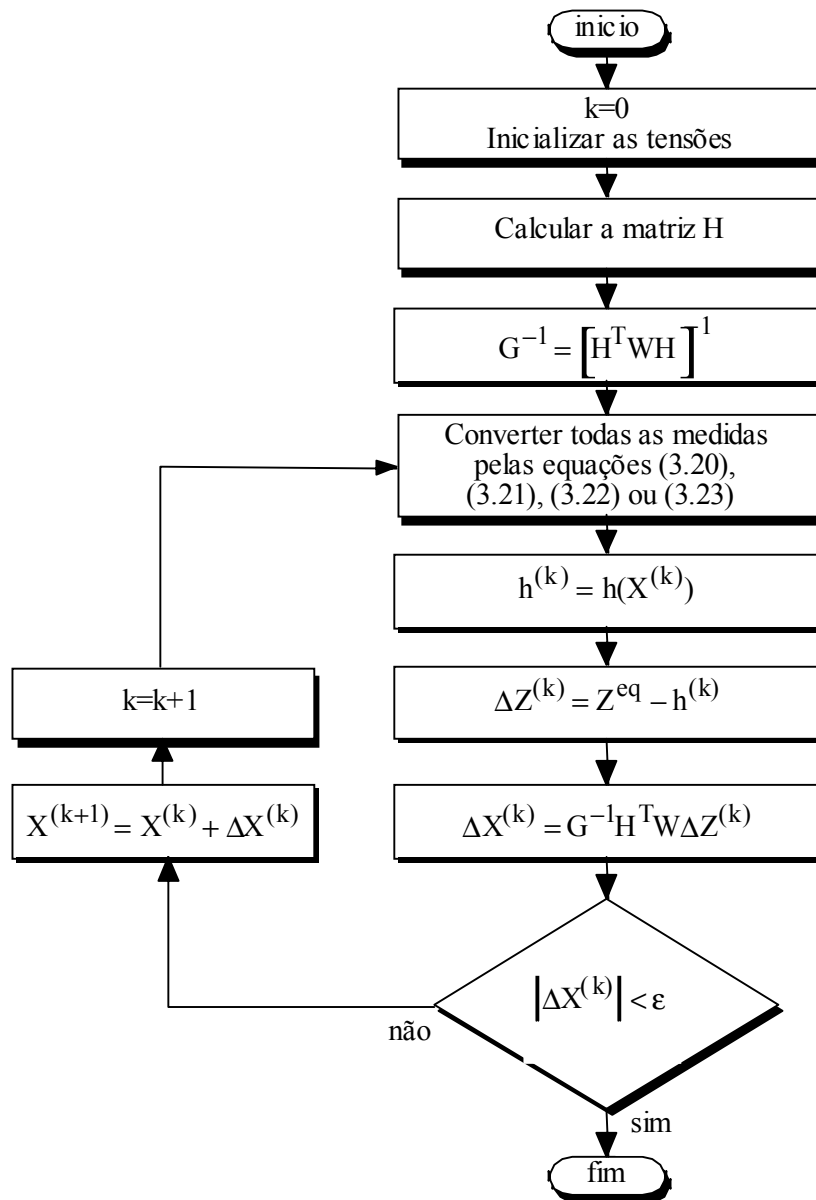


Figura 3.4: Fluxograma correspondente à implementação do método de equações normais com conversão das medidas realizadas para medidas equivalentes de correntes.

- medida de módulo de intensidade de corrente na linha i-j:

$$I_{ij}^{\text{medeq}} = I_{ij}^{\text{rmedeq}} + jI_{ij}^{\text{imedeq}} = |I_{ij}|^{\text{med}} \begin{pmatrix} I_{ij} \\ |I_{ij}| \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

$$I_{ij}^{\text{rmedeq}} = \frac{|I_{ij}|^{\text{med}}}{\sqrt{(I_{ij}^{\text{r}})^2 + (I_{ij}^{\text{i}})^2}} I_{ij}^{\text{r}}$$

$$I_{ij}^{\text{imedeq}} = \frac{|I_{ij}|^{\text{med}}}{\sqrt{(I_{ij}^{\text{r}})^2 + (I_{ij}^{\text{i}})^2}} I_{ij}^{\text{i}}$$

Na figura 3.4 apresenta-se um fluxograma correspondente à implementação desta variante do método de cálculo do vector de estado. Apresenta-se, assim, a sequência de cálculos necessária para obter o vector de estado que minimiza o erro das medidas equivalentes e, conseqüentemente, o erro das medidas originais.

Analisando este fluxograma pode verificar-se que o tempo de cálculo para estimar o estado será neste caso inferior ao tempo associado aos algoritmos apresentados anteriormente. Esta situação deve-se ao facto de a matriz H e a matriz G serem calculadas apenas uma vez, pelo que é necessário inverter apenas uma vez a segunda destas matrizes. Recordar-se que o esforço de cálculo associado à inversão de uma matriz em cada iteração influencia de forma determinante o peso computacional do método de Newton-Raphson.

### 3.5 Pequeno exemplo ilustrativo destes algoritmos de cálculo

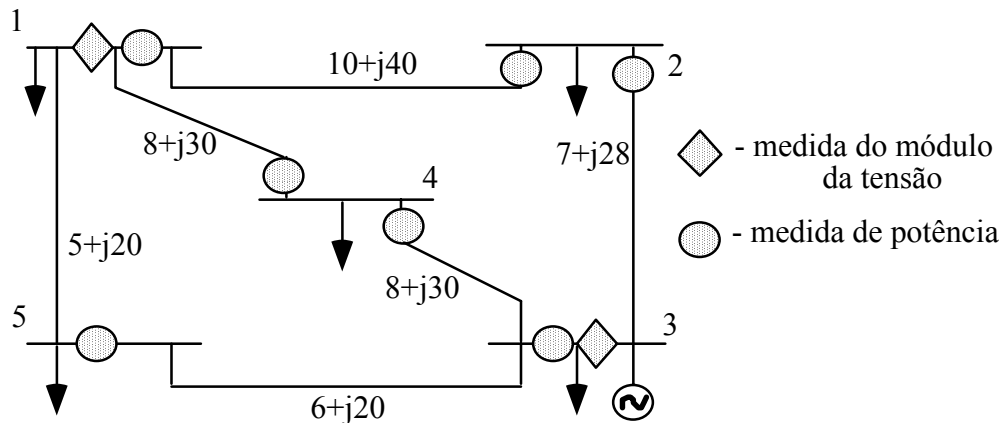


Figura 3.5: Esquema simplificado de uma rede com 5 barramentos e 6 linhas, em que se encontra instalado um sistema possuindo 9 pontos de medida.

Nesta secção pretende-se apresentar um exemplo com objectivos didácticos por forma a ilustrar a utilização dos métodos apresentados e, deste modo, fazer uma comparação baseada nos resultados obtidos. Neste exemplo, utiliza-se a rede constituída por 5 barramentos e 6 linhas esquematizada na figura 3.5. Nesta rede existem 9 pontos de



medição permitindo realizar um total de 16 medidas. Na figura 3.5 são ainda indicados os valores das impedâncias das linhas da rede (em  $\Omega$ ).

As 16 medidas (ver figura 3.5) a realizar correspondem a:

- 3 medidas de potências activas injectadas em barramentos (1, 3 e 5);
- 3 medidas de potências reactivas injectadas em barramentos (1, 3 e 5);
- 4 medidas de fluxos potências activas nas linhas (2-1, 2-3, 4-1 e 4-3);
- 4 medidas de fluxos potências reactivas nas linhas (2-1, 2-3, 4-1 e 4-3);
- 2 medidas de módulos de tensões em barramentos (1 e 3).

Nos exemplos a apresentar considerou-se que os valores das medidas a utilizar eram especificados utilizando os resultados obtidos a partir de um estudo inicial de fluxo de potências. Os resultados obtidos para as grandezas medidas serão afectados por erros mas possuem, em todo o caso, um certo nível de coerência.

Na tabela 3.1 são apresentados para os diversos barramentos os valores especificados, nalguns casos, ou iniciais, noutros, utilizados para realizar o estudo de fluxo de potências referido.

Barramento	Tipo	Pg	Pc	Qg	Qc	E	<E
1	referência	0	4	0	2.5	1.015	0
2	PQ	0	6	0	4	1	0
3	PV	25	10	0	6	1.010	0
4	PQ	0	11	0	8	1	0
5	PQ	0	8	0	5	1	0

Tabela 3.1: Valores do pré-despacho para o fluxo de potências.

Com os valores obtidos do estudo de fluxo de potências e atendendo à localização dos pontos de medida, foram gerados valores para as grandezas medidas. Consideram-se para este efeito dois valores percentuais:

- o primeiro corresponde à percentagem média de medidas com erro (PER\_MEDIA). Este valor será interpretado considerando que, por exemplo, um valor de PER\_MEDIA igual a 10% significa que em média, uma em cada 10 medidas é afectada de erro;
- o segundo corresponde à percentagem máxima de erro permitida (PER\_MAX) para cada medida. Por exemplo, um valor de PER\_MAX igual a 10% significa que, no máximo, o valor de cada grandeza medida pode variar entre 90% e 110% do valor original obtido a partir dos resultados do fluxo de potências.

As medidas que são consideradas como estando afectadas por erros são sorteadas de forma aleatória. De um modo análogo, são também sorteados de forma aleatória os erros associados a cada medida que se considera afectada por erro dentro dos limites indicados anteriormente.

Desta forma, pretende-se comparar os três métodos de cálculo do vector de estado descritos anteriormente, isto é:

- **método 1** - Método das equações normais, representando em coordenadas polares as tensões no vector de estado;
- **método 2** - Método das equações normais com desacoplamento total, considerando que no vector de estado as tensões estão representadas em coordenadas polares;
- **método 3** - Método das equações normais com a conversão de todas as medidas realizadas para medidas equivalentes de correntes, utilizando no vector de estado as tensões representadas em coordenadas rectangulares.

PER_MEDIA	PER_MAX	NºERRO	Número de iterações		
			Método 1	Método 2	Método 3
0	-	-	3	5	2
25	10	6	4	5	2
		5	5	7	3
		6	6	14	2
		2	4	7	3
		3	3	11	2
		3	4	5	2
50	10	8	7	N.C.	2
		10	7	N.C.	3
		7	7	9	2
		8	5	13	3
		7	4	7	2
		8	7	11	2
75	10	10	6	8	2
		13	6	5	2
		13	11	N.C.	3
		11	12	N.C.	3
		11	8	16	3
		11	5	11	3
100	10	16	8	N.C.	3
			11	N.C.	3
			12	N.C.	3
			5	11	3
			11	N.C.	3
			6	9	3

Tabela 3.2: Comparação do número de iterações para os três métodos de cálculo do vector de estado.

Na tabela 3.2 é indicado o número de iterações necessárias para calcular o vector de estado por cada um dos métodos (N.C. - quer dizer que o método não converge para os valores das medidas considerados). Foram realizadas diversas simulações considerando diferentes valores de PER\_MEDIA (0%, 25%, 50%, 75% e 100%), um valor para

PER\_MAX igual a 10%. Para cada uma destas combinações cada método foi executado seis vezes com medidas diferentes. Na terceira coluna da tabela apresenta-se o número de medidas afectadas por erros (NºERRO).

Analisando os resultados obtidos, pode concluir-se que:

- no método 3 o número de iterações é quase constante apesar de se aumentar o número de medidas afectadas por erros. O tempo de cálculo por iteração é inferior ao tempo associado aos outros métodos;

- no método 1 o número de iterações tende a aumentar com o aumento do número de medidas afectadas por erros. O número mínimo de iterações obtido é de 3 e o máximo de 12;

- no método 2 o número de iterações também tende a aumentar com o aumento do número de medidas afectadas por erros. Apresenta ainda problemas de convergência quando o número de medidas afectadas por erros é elevado.

Em relação a esta rede e atendendo a estes resultados, o método 3 é o que apresenta um melhor desempenho, enquanto que o método 2 se revela o pior.



## 4 Conjuntos Imprecisos - Aspectos Básicos

### 4.1 Introdução

Muitos objectos encontrados no mundo físico real não têm um critério de pertença a uma classe bem definido. Por exemplo, a classe dos animais tem como membros cães, gatos, peixes, aves, insectos, etc... Não pertencem à classe dos animais as plantas, pedras, fluidos, etc... Mas, há elementos como os fungos, bactérias e muitos outros que têm uma relação de pertença ambígua em relação à classe dos animais. A mesma ambiguidade ocorre em relação aos conceitos definidos do seguinte modo:

- classe dos números reais que são muito maiores que 5;
- classe das mulheres bonitas;
- classe dos homens altos.

Conceitos definidos deste modo não constituem conjuntos no sentido da matemática clássica. Para representar este tipo de conhecimentos pode recorrer-se à Teoria dos Conjuntos Imprecisos (*Fuzzy Set Theory*).

Em 1965, Lofti A. Zadeh [Zad65] introduziu a Teoria dos Conjuntos Imprecisos (*Fuzzy Set Theory*) para resolver problemas baseados em dados expressos de forma qualitativa ou afectados por imprecisão. Com efeito, a Teoria de Conjuntos Imprecisos integra um conjunto de conceitos, operadores, regras, princípios ... que constituem uma extensão de diversos domínios e teorias clássicas. Hoje em dia estes conceitos têm uma aceitação crescente nos mais diversos domínios de actividade.

Neste capítulo inclui-se um conjunto de informações básicas sobre a teoria dos conjuntos imprecisos. Começa-se, em todo o caso, por recordar as regras booleanas de operação sobre conjuntos para, em seguida, realizar a sua extensão aos conjuntos imprecisos.

### 4.2 Conjuntos

Um conjunto é uma colecção de objectos que estão bem especificados e possuem algumas propriedades em comum. Estes objectos podem representar algum conceito abstracto, ou podem ser uma colecção de alguns objectos físicos. Os conjuntos podem ser finitos ou infinitos, podem ser numeráveis ou não numeráveis, havendo, no entanto, outras hipóteses de classificação de conjuntos. Em todo o caso, em problemas de matemática aplicada e em problemas baseados em modelos de engenharia estes conceitos são em geral suficientes.

O modo como um conjunto satisfaz certas propriedades, permite definir dois tipos de conjuntos:

- conjuntos binários (também chamados de rígidos, determinísticos ou convencionais);

- conjuntos imprecisos.

Em seguida serão caracterizados e apresentadas as propriedades e operadores destes dois tipos de conjuntos.

#### 4.2.1 Conjuntos binários

Os conjuntos binários contêm objectos que satisfazem determinadas propriedades requeridas na definição do conjunto. A representação deste tipo de conjuntos pode ser feita de muitas maneiras, sendo as mais usuais as seguintes:

- sendo  $U$  o conjunto universo, e  $P(x)$  a propriedade a que deve satisfazer  $x$  para pertencer ao conjunto  $A$ , então:

$$A = \{ x \in U : P(x) \}$$

Exemplos:

- sendo um conjunto finito

$$A = \{ x \in \mathbb{N} : x \leq 5 \}$$

$$B = \{ a_1, a_2, \dots, a_n \}$$

$$C = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$$

- sendo um conjunto infinito numerável

$$A = \{ x \in \mathbb{N} : x \text{ é par} \}$$

$$B = \{ a_1, a_2, \dots, a_n, \dots \}$$

$$C = \{ 2, 4, 6, 8, \dots, 2n, \dots \}$$

$$D = \{ 1, 3, 5, 7, \dots, 2n-1, \dots \}$$

- conjuntos infinitos não numeráveis, podem ser representados por letras ou por intervalos:

Exemplos:

$\mathbb{R}$  é o conjunto dos números reais;

$\mathbb{R}^+$  é o conjunto dos números reais positivos;

$\mathbb{R}_0^+$  é o conjunto dos números reais positivos com o zero;

$]a, b[$  é o conjunto dos números reais entre  $a$  e  $b$ , excluindo os extremos;

$[a, b]$  é o conjunto dos números reais entre  $a$  e  $b$ , incluindo os extremos.

Um subconjunto é uma colecção de alguns elementos de um conjunto.

O conjunto  $A$  dos números reais entre 0 e 2 é binário e é um subconjunto de  $\mathbb{R}$ . Pode-se definir este conjunto da seguinte forma:

$$A = \{ x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 2 \}$$

A propriedade que define o conjunto  $A$  é  $P(x)=(0 \leq x \leq 2)$ , isto é, um elemento  $x_1$  pertence ao conjunto  $A$  se verifica a propriedade anterior, e um elemento  $x_2$  não pertence ao conjunto  $A$  se não verifica essa propriedade ( $x_2 < 0$  ou  $x_2 > 2$ ).

Atendendo a esta forma de definir o conjunto  $A$  pode recorrer-se a uma função denominada de pertença ou característica que assume para cada  $x$  o valor 0 ou 1 de acordo

com o facto de  $x$  não pertencer ou pertencer ao conjunto  $A$ . Neste caso, a função de pertença de  $A$  seria:

$$p_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{outros valores de } x \end{cases}$$

Na figura 4.1 apresenta-se o gráfico da função  $p_A(x)$ .

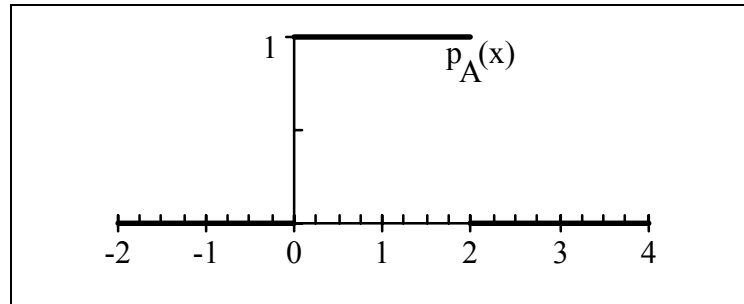


Figura 4.1: Representação gráfica da função de pertença do conjunto  $A$ .

Para o conjunto  $A$  determinístico definido anteriormente, qualquer número real  $x$  pertence ao conjunto  $A$  ou não pertence ao conjunto  $A$ . Esta afirmação é válida pois o valor da função  $p_A(x)$  ou é 1 e  $x$  pertence a  $A$ , ou é 0 e  $x$  não pertence a  $A$ . Isto corresponde a afirmar que a função de pertença  $p_A(x)$  toma um valor lógico para cada  $x$  (0 representa falso e 1 representa verdadeiro) que responde à pergunta: " $x$  pertence a  $A$ ?".

O conjunto vazio  $\emptyset$  tem uma função de pertença que assume sempre o valor zero, isto é,  $p_{\emptyset}(x)=0$  para todo o  $x$  pertencente ao domínio da função.

#### 4.2.1.1 Operações

Na teoria de conjuntos os principais operadores são definidos do seguinte modo:

- intersecção  $p_{A \cap B}(x) = \min(p_A(x), p_B(x))$ , isto é, um elemento só pertence ao conjunto intersecção se pertencer a ambos os conjuntos;
- reunião  $p_{A \cup B}(x) = \max(p_A(x), p_B(x))$ , isto é, um elemento pertence ao conjunto reunião se pertencer a pelo menos um dos conjuntos;
- complementação  $p_{\overline{A}}(x) = 1 - p_A(x)$ , isto é, um elemento só pertence ao conjunto complementar de  $A$  se não pertencer ao conjunto  $A$ .

A título de exemplo, sendo  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  o conjunto universo,  $A = \{1, 4, 5\}$  e  $B = \{1, 3\}$  dois subconjuntos de  $U$ , pode-se obter atendendo a estas definições:

$$A \cap B = \{1\}$$

$$A \cup B = \{1, 3, 4, 5\}$$

$$\overline{A} = \{2, 3, 6\}$$

$$\overline{B} = \{2, 4, 5, 6\}$$

#### 4.2.1.2 Propriedades algébricas de conjuntos

Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  subconjuntos do conjunto universo  $U$ , podem definir-se as propriedades seguintes:

(1) igualdade

$$A = B \Leftrightarrow p_A(x) = p_B(x), \forall x \in U$$

(2) inclusão

$$A \subset B \Leftrightarrow p_A(x) \leq p_B(x), \forall x \in U$$

(3) comutatividade

$$A \cap B = B \cap A \qquad A \cup B = B \cup A$$

(4) associatividade

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \qquad (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

(5) idempotência

$$A \cap A = A \qquad A \cup A = A$$

(6) distributividade

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \qquad A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

(7) absorção

$$A \cap (A \cup B) = A \qquad A \cup (A \cap B) = A$$

(8) absorção do complemento

$$A \cap (\bar{A} \cup B) = A \cap B \qquad A \cup (\bar{A} \cap B) = A \cup B$$

(9) absorção por  $U$  e  $\emptyset$

$$A \cup U = U \qquad A \cap \emptyset = \emptyset$$

(10) identidade

$$A \cup \emptyset = A \qquad A \cap U = A$$

(11) lei da contradição

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

(12) lei do terceiro excluído

$$A \cup \bar{A} = U$$

(13) involução

$$\overline{(\bar{A})} = A$$

(14) leis de De Morgan

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B} \qquad \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

#### 4.2.2 Conjuntos imprecisos

Se a função de pertença assumir não apenas dois valores (0 ou 1), mas qualquer valor pertencente ao intervalo  $[0,1]$  está-se em presença de um conjunto impreciso normalizado.

Conjuntos imprecisos (*fuzzy sets*) são portanto conjuntos que integram elementos que satisfazem, com um determinado grau, propriedades baseadas em afirmações de natureza qualitativas e eventualmente quantitativas já que esta definição corresponde a uma extensão da apresentada para os conjuntos binários.



Definindo B como o conjunto de todos os números "próximos de 1" (esta é uma propriedade imprecisa), pode-se definir o conjunto B a partir de uma função de pertença  $p_B(x)$  que, para cada número real  $x$ , assume um valor no intervalo  $[0,1]$ , isto é,

$$p_B(x) \in [0, 1], \forall x \in \mathbb{R}$$

O valor de  $p_B(x)$  é denominado grau de pertença de  $x$  ao conjunto B. Dentro de certas condições pode representar, também, a possibilidade de  $x$  satisfazer B.

Devido à propriedade "próximos de 1" ser imprecisa, não existe apenas uma função de pertença  $p_B(x)$  para o conjunto B. Esta situação deriva do facto dos conjuntos imprecisos reflectirem a avaliação subjectiva que um ser humano pode fazer da realidade. Na figura 4.2 apresentam-se a título de exemplo três funções de pertença  $p_B(x)$  possíveis para B.

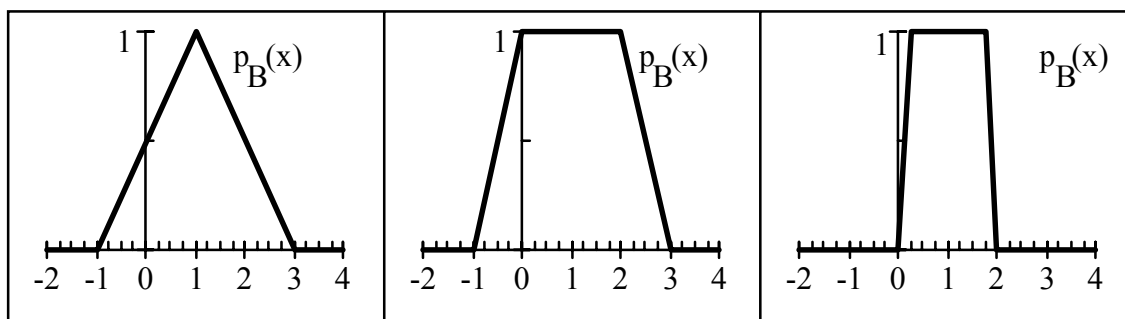


Figura 4.2: Representação gráfica de possíveis funções de pertença do conjunto B.

A função de pertença  $p_B(x)$  deste conjunto B deverá verificar certas propriedades:

- $p_B(1) = 1$ , pois a afirmação "1 é próximo de 1" é sempre válida;
- monótona crescente à esquerda de 1 e monótona decrescente à direita de 1, pois quanto mais próximo um número  $x$  é de 1 tanto mais próximo  $p_B(x)$  é de 1, e quanto mais afastado um número  $x$  é de 1 tanto mais próximo  $p_B(x)$  é de 0;
- simétrica em relação a 1, isto é,  $p_B(1-x) = p_B(1+x)$ , pois a distância entre  $1-x$  e 1 é igual à distância entre  $1+x$  e 1, logo o grau de pertença terá de ser igual.

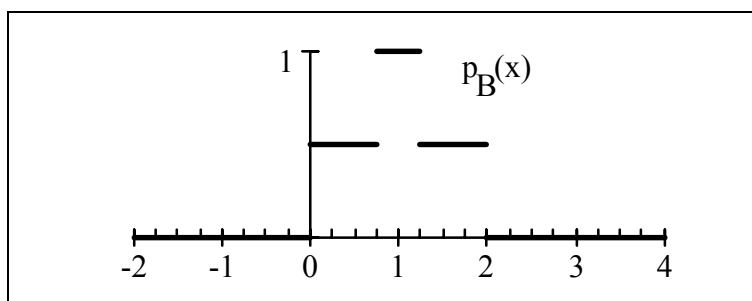


Figura 4.3: Representação gráfica de uma função discreta de pertença do conjunto B.

Na figura 4.2 estão, como já foi referido, três exemplos possíveis para a função de pertença  $p_B(x)$  em que se consideram funções contínuas lineares. Mas, além deste tipo de

funções, poderão ainda existir funções discretas (figura 4.3) e funções contínuas não lineares (figura 4.4).

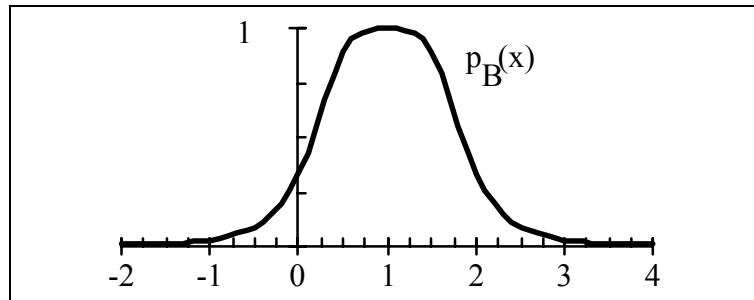


Figura 4.4: Representação gráfica de uma função de pertinência do conjunto B contínua não linear.

Para um valor  $\alpha$  pertencente ao intervalo  $[0,1]$  e para um conjunto impreciso A com função de pertinência  $p_A(x)$  define-se corte de nível  $\alpha$  como sendo o conjunto de valores do domínio da função de pertinência para os quais o valor de pertinência é superior ou igual a  $\alpha$ .

Por exemplo, considerando a função de pertinência representada pelo gráfico figura 4.3, o corte de nível 0 dessa função é o conjunto  $[0, 2]$  e o corte de nível 1 é o conjunto  $[0.75, 1.25]$ .

Como motivação para a utilização de conjuntos imprecisos apresenta-se o seguinte exemplo: suponha-se que os elementos de dois conjuntos A e B representam idades de crianças. No caso do conjunto binário A definido, por exemplo, pelo gráfico da figura 4.1, se o valor da função de pertinência para uma determinada criança  $x$  é 1, quer isto dizer que a criança  $x$  tem uma idade entre 0 e 2 anos. Por outro lado, no caso do conjunto impreciso B definido, por exemplo, pelo gráfico da figura 4.4, se o valor da função de pertinência para  $x$  é 0.99, quer isto dizer que a criança  $x$  tem uma idade bastante próxima de um ano.

#### 4.2.2.1 Operações

As operações de intersecção, reunião e complementação sobre conjuntos imprecisos são definidas do mesmo modo que as operações sobre os conjuntos binários. Sendo os conjuntos A e B imprecisos definidos pelas funções de pertinência da figura 4.5, têm-se os seguintes resultados para cada uma das operações referidas:

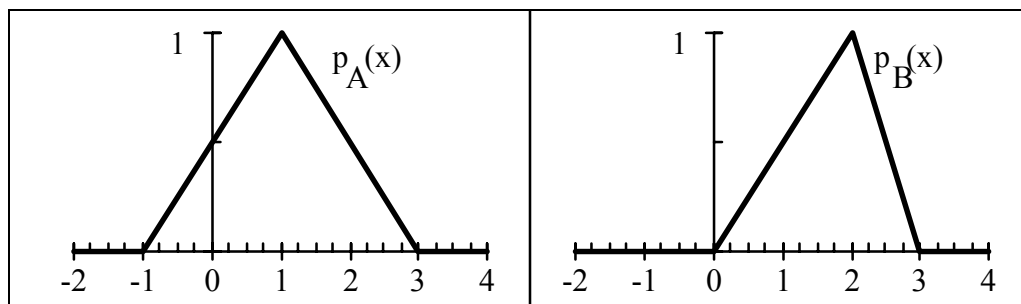


Figura 4.5: Representação gráfica das funções de pertinência dos conjunto imprecisos A e B.

- intersecção  $p_{A \cap B}(x) = \min(p_A(x), p_B(x))$

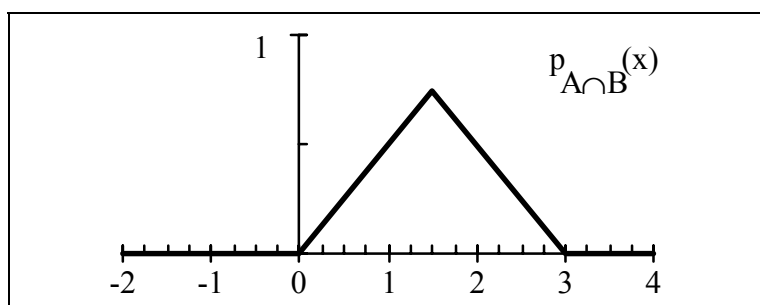


Figura 4.6: Representação gráfica da função de pertinência da intersecção.

- reunião  $p_{A \cup B}(x) = \max(p_A(x), p_B(x))$

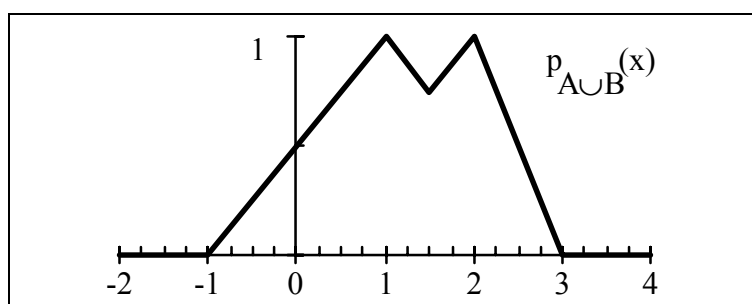


Figura 4.7: Representação gráfica da função de pertinência da reunião.

- complementação  $p_{\bar{A}}(x) = 1 - p_A(x)$

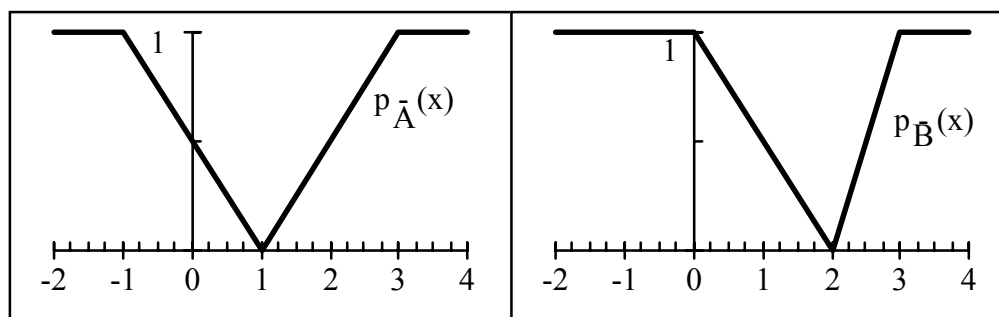


Figura 4.8: Representação gráfica da função de pertinência da complementação.

#### 4.2.2.2 Propriedades das operações sobre conjuntos imprecisos

As propriedades definidas para conjuntos binários verificam-se também para conjuntos imprecisos com algumas exceções:

- o conjunto  $A \cap \bar{A}$  é diferente do conjunto vazio (só é conjunto vazio se A for um conjunto binário). Para verificar que assim é basta analisar a figura 4.9 onde estão apresentados os gráficos das funções de pertinência de  $A \cap \bar{A}$  e de  $B \cap \bar{B}$ , para os conjuntos imprecisos A e B definidos pelas funções de pertinência da figura 4.5;

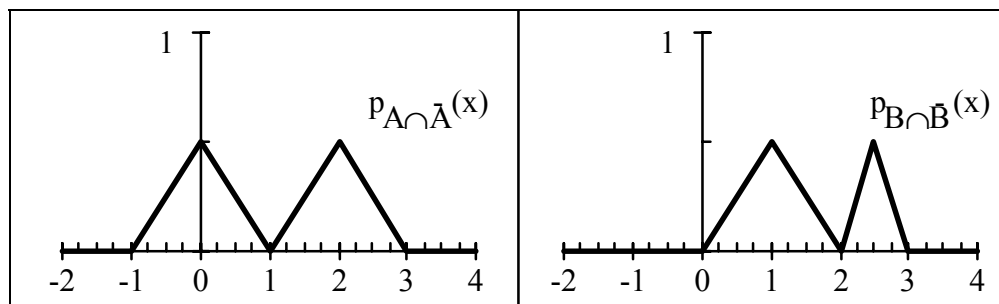


Figura 4.9: Representação gráfica das funções de pertença das intersecções  $A \cap \bar{A}$  e  $B \cap \bar{B}$ .

- por outro lado  $A \cup \bar{A}$  é, em geral, diferente de  $U$ .  $A \cup \bar{A} = U$  só é válida se o conjunto  $A$  for um conjunto binário. Na figura 4.10 estão representados os gráficos das funções de pertença dos conjuntos imprecisos  $A \cup \bar{A}$  e  $B \cup \bar{B}$ , para os conjuntos imprecisos  $A$  e  $B$  definidos pelas funções de pertença da figura 4.5;

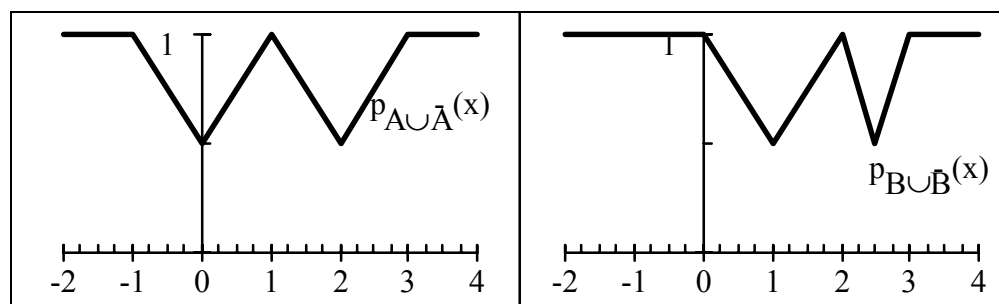


Figura 4.10: Representação gráfica das funções de pertença das reuniões  $A \cup \bar{A}$  e  $B \cup \bar{B}$ .

- também não se verificam, em geral, as propriedades de absorção do complemento ( $A \cap (\bar{A} \cup B) = A \cap B$  e  $A \cup (\bar{A} \cap B) = A \cup B$ ) pois estas propriedades estão dependentes da verificação das duas anteriores. Mas, ao contrário das propriedades anteriores que só se verificam para números binários, estas propriedades poderão verificar-se em algumas circunstâncias em relação a conjuntos imprecisos. Um dos casos em que ambas as propriedades se verificam ocorre quando  $A=B$ .

A não verificação destas propriedades pode provocar situações interessantes. Considere-se, por exemplo, o conjunto impreciso  $N$  definido pela função de pertença  $p_N(x)$  que é igual a 0.5 para todos os elementos  $x$  do domínio  $X$ . Operando sobre  $N$  obtêm-se os seguintes conjuntos:

$$p_{\bar{N}}(x) = 1 - p_N(x) = 0.5, \forall x \in X$$

$$p_{N \cap \bar{N}}(x) = \min\{p_N(x), p_{\bar{N}}(x)\} = 0.5, \forall x \in X$$

$$p_{N \cup \bar{N}}(x) = \max\{p_N(x), p_{\bar{N}}(x)\} = 0.5, \forall x \in X$$

Ou seja, para o conjunto impreciso  $N$  verificam-se as seguintes igualdades:

$$N = \bar{N} = N \cap \bar{N} = N \cup \bar{N}.$$

### 4.3 Números imprecisos

Um número real  $a$  pode ser caracterizado usando a noção da função de pertença, do seguinte modo:

$$p_a(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x = a \\ 0, & \text{se } x \neq a \end{cases}$$

Pode igualmente ser definido um número real  $A$  dentro de um intervalo de confiança  $[a_1, a_3]$ , pela função de pertença seguinte:

$$p_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < a_1 \\ 1, & \text{se } a_1 \leq x \leq a_3 \\ 0, & \text{se } x > a_3 \end{cases}$$

Um intervalo de confiança em  $\mathbb{R}$  é um subconjunto binário de  $\mathbb{R}$  e pode considerar-se associado à existência de incerteza no conhecimento de  $a$ . Sabe-se que o valor de  $A$  não poderá ser inferior a  $a_1$  e não poderá ser superior a  $a_3$ .

Um conceito mais geral que números determinísticos ou intervalos de confiança é o conceito de número impreciso. Um **número impreciso** é um subconjunto impreciso de  $\mathbb{R}$  **normalizado** e **convexo**. A normalização implica que existe pelo menos um número real  $x$  tal que o valor da função de pertença nesse ponto é um, ou seja, o valor máximo da função de pertença que caracteriza o conjunto impreciso em  $\mathbb{R}$  é sempre um. A convexidade significa que dados dois cortes de níveis  $\alpha$  e  $\alpha'$   $A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}]$  e  $A_{\alpha'} = [a_1^{(\alpha')}, a_3^{(\alpha')}]$  verifica-se a seguinte condição:

$$\alpha' < \alpha \implies A_\alpha \subset A_{\alpha'}$$

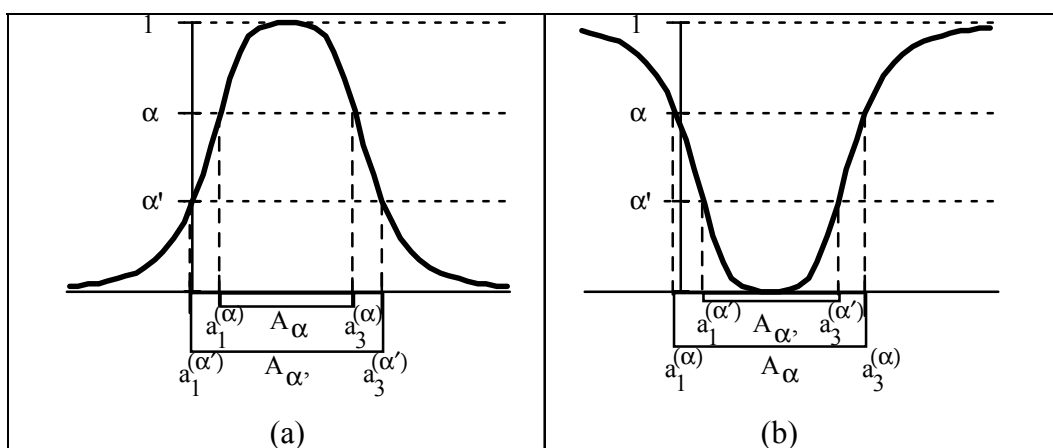


Figura 4.11: Função de pertença de um número impreciso (a) e de um conjunto impreciso não convexo normalizado (b).

Atendendo a esta definição, na figura 4.11.(a) está representado um número impreciso e na figura 4.11.(b) está representado um conjunto impreciso normalizado e não convexo.

### 4.3.1 Operações aritméticas em intervalos de confiança

As operações aritméticas envolvendo números imprecisos podem ser realizadas baseando-se nas operações aritméticas envolvendo intervalos de confiança. Sendo  $A = [a_1, a_3]$  e  $B = [b_1, b_3]$  dois números descritos em termos de intervalos de confiança, definem-se em seguida diversas operações aritméticas:

- adição

$$A+B = [a_1, a_3]+[b_1, b_3] = [a_1+b_1, a_3+b_3]$$

- subtração

$$A-B = [a_1, a_3]-[b_1, b_3] = [a_1-b_3, a_3-b_1]$$

- multiplicação

$$\begin{aligned} A.B &= [a_1, a_3].[b_1, b_3] = \\ &= [\min(a_1.b_1, a_1.b_3, a_3.b_1, a_3.b_3), \max(a_1.b_1, a_1.b_3, a_3.b_1, a_3.b_3)] \end{aligned}$$

- inversão

$$A^{-1} = [a_1, a_3]^{-1} = \left[ \min\left(\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_3}\right), \max\left(\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_3}\right) \right]$$

excepto se  $a_1 \leq 0$  e  $a_3 \geq 0$ .

- divisão

$$A:B = [a_1, a_3]:[b_1, b_3] = \left[ \min\left(\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_1}{b_3}, \frac{a_3}{b_1}, \frac{a_3}{b_3}\right), \max\left(\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_1}{b_3}, \frac{a_3}{b_1}, \frac{a_3}{b_3}\right) \right]$$

excepto se  $a_1 \leq 0$  e  $a_3 \geq 0$ .

- mínimo

$$\min(A,B) = \min([a_1, a_3],[b_1, b_3]) = [\min(a_1, b_1), \min(a_3, b_3)]$$

- máximo

$$\max(A,B) = \max([a_1, a_3],[b_1, b_3]) = [\max(a_1, b_1), \max(a_3, b_3)]$$

Estas operações assim definidas podem ser facilmente estendidas para números imprecisos, exprimindo os números imprecisos em termos de um conjunto de cortes de nível  $\alpha$ . Por exemplo a operação de adição será definida do seguinte modo:

$$\forall \alpha \in [0,1], [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}] + [b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} + b_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)} + b_3^{(\alpha)}]$$

As outras operações definidas para intervalos de confiança podem ser do mesmo modo generalizadas para números imprecisos.

### 4.3.2 Operações aritméticas com números imprecisos

As diversas operações aritméticas já referidas podem ser estendidas aos números imprecisos recorrendo ao Princípio da Extensão referido em [Zim85]. Sendo A e B dois números imprecisos com funções de pertença respectivamente  $p_A(x)$  e  $p_B(x)$ , definem-se as seguintes funções de pertença para as operações de:

- adição

$$p_{A+B}(z) = \max_{z=x+y} (\min(p_A(x), p_B(y)))$$

- subtração

$$p_{A-B}(z) = \max_{z=x-y} (\min(p_A(x), p_B(y)))$$

- multiplicação

$$p_{A \cdot B}(z) = \max_{z=x \cdot y} (\min(p_A(x), p_B(y)))$$

- inversão

$$p_{A^{-1}}(x) = p_A\left(\frac{1}{x}\right)$$

- divisão

$$p_{A:B}(z) = \max_{z=x/y} (\min(p_A(x), p_B(y)))$$

- mínimo

$$p_{\min(A,B)}(z) = \max_{z=\min(x,y)} (\min(p_A(x), p_B(y)))$$

- máximo

$$p_{\max(A,B)}(z) = \max_{z=\max(x,y)} (\min(p_A(x), p_B(y)))$$

Há um conjunto infinito de números imprecisos, mas podem-se definir classes especiais de números imprecisos, como é o caso dos números imprecisos triangulares (função de pertença com a forma de triângulo) e trapezoidais (função de pertença com a forma de trapézio). Começa-se, por estudar, o primeiro deste tipo de números.

### 4.3.3 Números imprecisos triangulares

Na figura 4.12 apresenta-se a função de pertença de um número impreciso triangular. Esta função caracteriza-se por ter no corte de nível  $\alpha=1$  apenas o ponto  $a_2$ . Um número impreciso triangular pode ser caracterizado por um terceto  $(a_1, a_2, a_3)$ , sendo a função de pertença definida do seguinte modo:

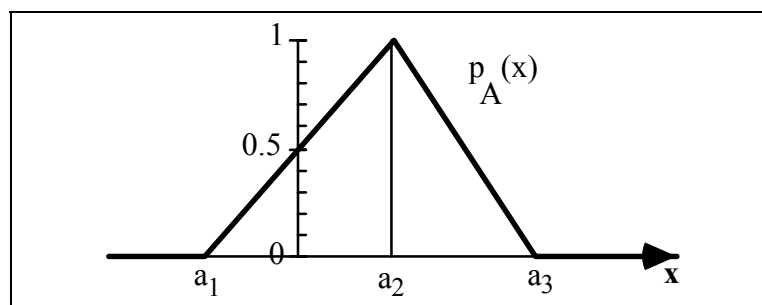


Figura 4.12: Representação gráfica da função de pertença de um número impreciso triangular.

$$p_A(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ se } x \leq a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} & , \text{ se } a_1 < x < a_2 \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2} & , \text{ se } a_2 \leq x < a_3 \\ 0 & , \text{ se } x \geq a_3 \end{cases}$$

O corte de nível  $\alpha$   $A_\alpha$ , para todo o  $\alpha$  entre 0 e 1, que caracteriza um número impreciso triangular será dado por:

$$A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}] = [(a_2 - a_1)\alpha + a_1, (a_2 - a_3)\alpha + a_3]$$

As operações definidas anteriormente para números imprecisos podem agora ser particularizadas para o caso de números imprecisos triangulares. Antes de definir essas operações convém salientar os seguintes pontos:

- as operações de adição e subtração de dois números imprecisos triangulares dão como resultado números imprecisos triangulares;
- as operações de multiplicação, inversão e divisão de números imprecisos triangulares não dão necessariamente números imprecisos triangulares;
- as operações de máximo e mínimo de números imprecisos triangulares não dão necessariamente números imprecisos triangulares.

A seguir apresenta-se um conjunto de expressões para operar com números imprecisos triangulares. Consideraram-se para este efeito os números imprecisos  $A = (a_1, a_2, a_3)$  e  $B = (b_1, b_2, b_3)$ .

- adição

$$A+B = (a_1, a_2, a_3) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3)$$

- subtração

$$A-B = (a_1, a_2, a_3) - (b_1, b_2, b_3) = (a_1-b_3, a_2-b_2, a_3-b_1)$$

- simétrico

$$-A = -(a_1, a_2, a_3) = (-a_3, -a_2, -a_1)$$

Considerando os números  $A = (-1, 0, 1)$  e  $B = (-2, 1, 2)$  obtêm-se os seguintes números imprecisos triangulares:

- a soma dos dois números  $A+B = (-3, 1, 3)$

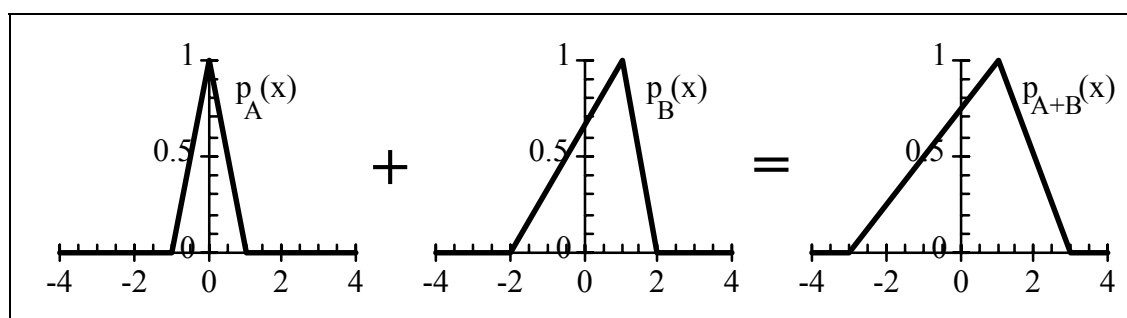


Figura 4.13: Representação gráfica da função de pertinência da soma de dois números imprecisos triangulares.

- a diferença entre os dois números  $A-B = (-3, -1, 3)$



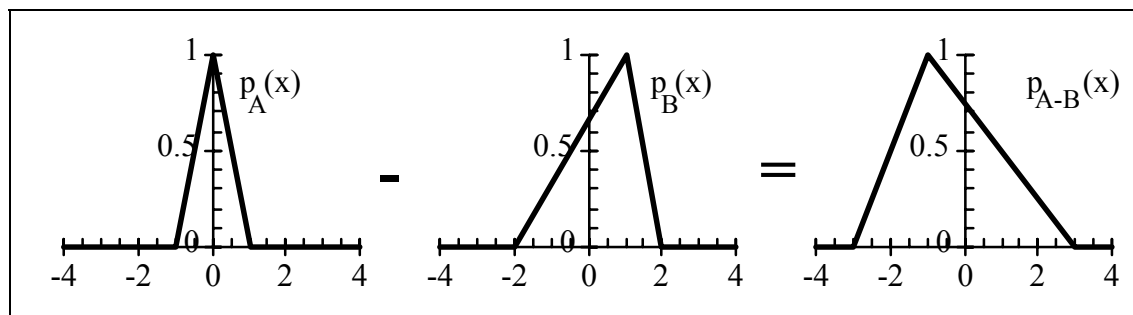


Figura 4.14: Representação gráfica da função de pertença da subtração de dois números imprecisos triangulares

- o simétrico de cada número  $-A = (-1, 0, 1) = A$  e  $-B = (-2, -1, 2)$ .

O resultado das operações de multiplicação, inversão e divisão de números imprecisos triangulares não é necessariamente um número impreciso triangular. A título de exemplo apresenta-se na figura 4.15 o produto de  $A = (0.5, 1, 1.5)$  por  $B = (1, 2, 3)$ . O número obtido não é triangular visto apresentar uma concavidade no seu ramo esquerdo e uma convexidade no direito. Em todo o caso, e dentro de certo grau de aproximação, o produto de  $A$  por  $B$  pode ser representado pelo número impreciso triangular  $(0.5, 2, 4.5)$ . É também usual realizar aproximações deste tipo em relação ao resultado do quociente e da inversão de números imprecisos triangulares.

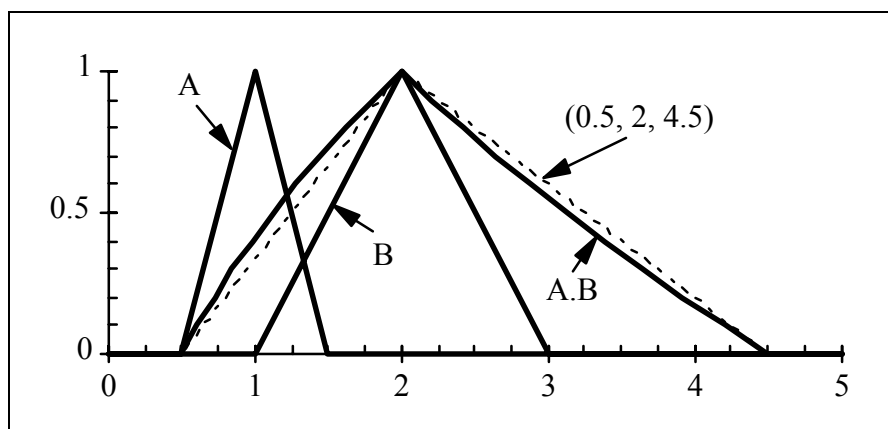


Figura 4.15: Representação gráfica da função de pertença de dois números imprecisos triangulares, do seu produto e da aproximação triangular

O número não triangular representado na figura 4.15 e a respectiva aproximação triangular foram obtidos considerando os cortes de nível  $\alpha$ :

$$A_\alpha = [(1-0.5)\alpha+0.5, (1-1.5)\alpha+1.5] = [0.5\alpha+0.5, -0.5\alpha+1.5]$$

$$B_\alpha = [(2-1)\alpha+1, (2-3)\alpha+3] = [\alpha+1, -\alpha+3]$$

A multiplicação para cada nível  $\alpha$  é dada por:

$$A_\alpha \cdot B_\alpha = [0.5\alpha+0.5, -0.5\alpha+1.5] \cdot [\alpha+1, -\alpha+3]$$

$$= [(0.5\alpha+0.5)(\alpha+1), (-0.5\alpha+1.5)(-\alpha+3)]$$

$$= [0.5\alpha^2+\alpha+0.5, 0.5\alpha^2-3\alpha+4.5], \alpha \in ]0,1[$$

$$A_0 \cdot B_0 = [0.5, 4.5]$$

$$A_1 \cdot B_1 = [2, 2] = 2$$

#### 4.3.4 Números imprecisos trapezoidais

Na figura 4.16 apresenta-se a função de pertinência de um número impreciso trapezoidal. Esta função caracteriza-se por apresentar no nível  $\alpha=1$  não apenas um ponto, mas o intervalo de valores  $[a_2, a_3]$ . Um número impreciso trapezoidal pode ser caracterizado por um quarteto  $(a_1, a_2, a_3, a_4)$ , sendo a função de pertinência definida do seguinte modo:

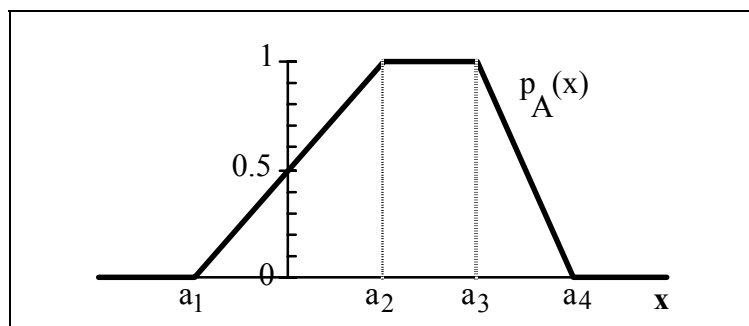


Figura 4.16: Representação gráfica da função de pertinência de um número impreciso trapezoidal.

$$p_A(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ se } x \leq a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} & , \text{ se } a_1 < x < a_2 \\ 1 & , \text{ se } a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_4 - x}{a_4 - a_3} & , \text{ se } a_3 < x < a_4 \\ 0 & , \text{ se } x \geq a_4 \end{cases}$$

O corte de nível  $\alpha$   $A_\alpha$ , para todo o  $\alpha$  entre 0 e 1, que caracteriza um número impreciso trapezoidal será dado por:

$$A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_4^{(\alpha)}] = [(a_2 - a_1)\alpha + a_1, (a_3 - a_4)\alpha + a_4]$$

Note-se que um número impreciso triangular é um caso particular de um número impreciso trapezoidal em que  $a_2 = a_3$ . Do mesmo modo, as operações definidas anteriormente para números imprecisos podem agora ser particularizadas para o caso de números imprecisos trapezoidais. Antes de definir essas operações convém também salientar, os seguintes pontos:

- as operações de adição e subtração de dois números imprecisos trapezoidais dão como resultado números imprecisos trapezoidais;
- as operações de multiplicação, inversão e divisão de números imprecisos trapezoidais não dão necessariamente números imprecisos trapezoidais;
- as operações de máximo e mínimo de números imprecisos trapezoidais não dão necessariamente números imprecisos trapezoidais.

A seguir apresentam-se um conjunto de expressões para operar com números imprecisos trapezoidais. Consideraram-se para este efeito os números imprecisos trapezoidais  $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$  e  $B = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ .

- adição

$$A+B = (a_1, a_2, a_3, a_4) + (b_1, b_2, b_3, b_4) = (a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3, a_4+b_4)$$

- subtração

$$A-B = (a_1, a_2, a_3, a_4) - (b_1, b_2, b_3, b_4) = (a_1-b_4, a_2-b_3, a_3-b_2, a_4-b_1)$$

- simétrico

$$-A = -(a_1, a_2, a_3, a_4) = (-a_4, -a_3, -a_2, -a_1)$$

Considerando os números  $A = (0, 1, 1.5, 2)$  e  $B = (-2, -1, -0.5, 0)$  obtêm-se os seguintes números imprecisos trapezoidais:

- adicionando os números  $A+B = (-2, 0, 1, 2)$

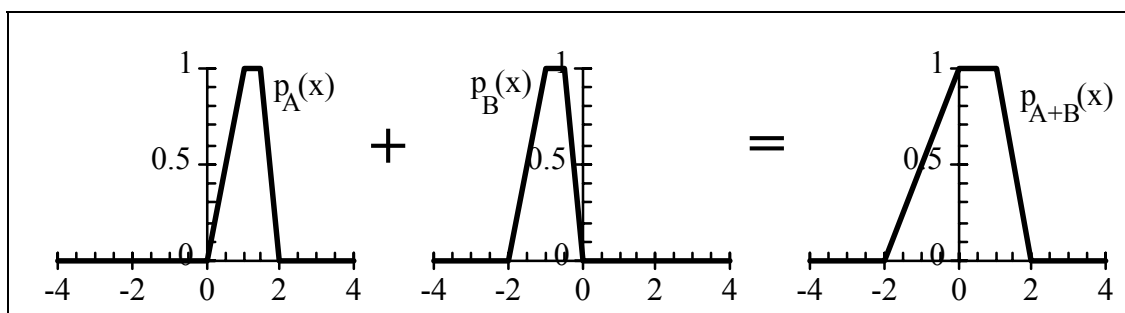


Figura 4.17: Representação gráfica da função de pertinência da soma de dois números imprecisos trapezoidais.

- realizando a subtração  $A-B = (0, 1.5, 2.5, 4)$

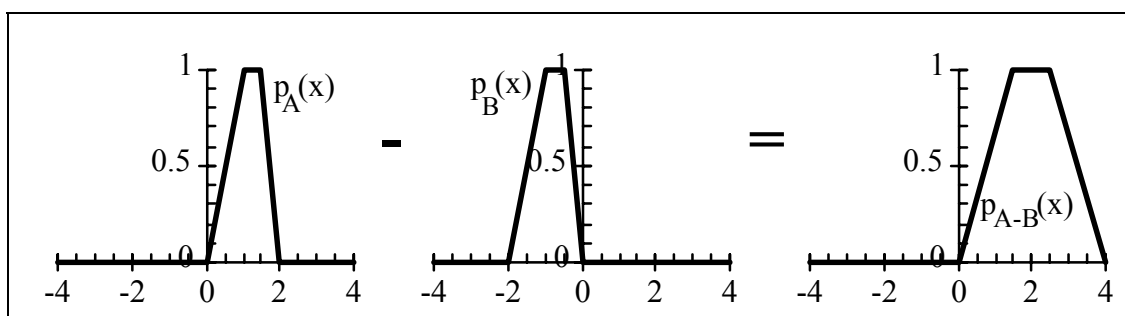


Figura 4.18: Representação gráfica da função de pertinência da subtração de dois números imprecisos trapezoidais.

- o simétrico de cada número  $-A = (-2, -1.5, -1, 0)$  e  $-B = (0, 0.5, 1, 2)$ .

O resultado das operações de multiplicação, inversão e divisão de dois números imprecisos trapezoidais não dá necessariamente um número impreciso trapezoidal. A título de exemplo apresenta-se na figura 4.19 o resultado do produto dos números imprecisos  $A = (0.5, 1.5, 2.5, 3.5)$  e  $B = (2, 3, 4, 5)$ . O número obtido não é trapezoidal visto apresentar uma concavidade no seu ramo esquerdo e uma convexidade no direito. Em todo o caso, e dentro de um certo grau aproximação, o produto  $A.B$  pode ser aproximado pelo

número impreciso trapezoidal (1, 4.5, 10, 17.5). Do mesmo modo, e à semelhança dos números imprecisos triangulares, é também usual realizar aproximações deste tipo em relação ao resultado do quociente e da inversão de números imprecisos trapezoidais.

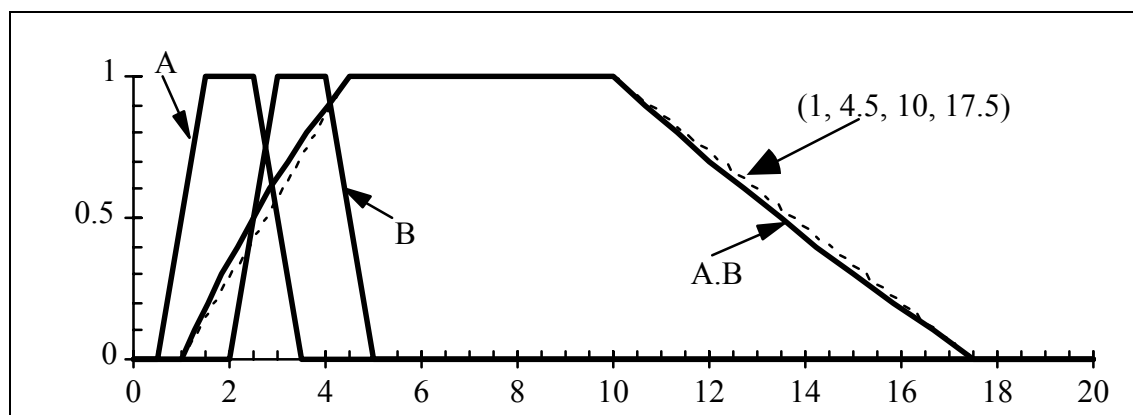


Figura 4.19: Representação gráfica da função de pertinência dos números imprecisos A e B, do seu produto e da aproximação trapezoidal.

O número não trapezoidal representado na figura 4.19 e a respectiva aproximação trapezoidal foram obtidos considerando os cortes de nível  $\alpha$ :

$$A_{\alpha} = [(1.5-0.5)\alpha+0.5, (2.5-3.5)\alpha+3.5] = [\alpha+0.5, -\alpha+3.5]$$

$$B_{\alpha} = [(3-2)\alpha+2, (4-5)\alpha+5] = [\alpha+2, -\alpha+5]$$

A multiplicação para cada nível  $\alpha$  é dada por:

$$\begin{aligned} A_{\alpha}.B_{\alpha} &= [\alpha+0.5, -\alpha+3.5] \cdot [\alpha+2, -\alpha+5] \\ &= [(\alpha+0.5)(\alpha+2), (-\alpha+3.5)(-\alpha+5)] \\ &= [\alpha^2+2.5\alpha+1, \alpha^2-8.5\alpha+17.5] \quad \alpha \in ]0,1[ \end{aligned}$$

$$A_0.B_0 = [1, 17.5]$$

$$A_1.B_1 = [4.5, 10]$$

Qualquer uma das operações aritméticas definidas anteriormente, pode envolver um número impreciso e um número real. Para ilustrar o modo como é obtido o corte de nível 0 considera-se o produto de um número impreciso  $A = (a_1, a_2, a_3)$  por um número real  $a$ :

$$a.A = a.[a_1, a_3] = [\min(a.a_1, a.a_3), \max(a.a_1, a.a_3)]$$

Generalizando:

$$p_{a.A}(a.x) = p_A(x)$$

#### 4.3.5 Comparação de números imprecisos

Neste ponto vão-se apresentar três critérios referidos em [Kau88] para comparar números imprecisos. Note-se que só uma destas técnicas não é, em geral, suficiente para

distinguir dois números. Estes critérios deverão ser aplicados de forma hierárquica visto que do primeiro deles, por exemplo, poderão resultar situações de empate.

#### 4.3.5.1 Removal

O primeiro critério é baseado nas áreas definidas na figura 4.20. Esta medida para uma determinada constante  $k$  e para um número impreciso qualquer, é definida como sendo o valor médio das seguintes duas áreas: área  $A2$  definida pela função de pertença do número impreciso; e a área  $A1+A2$ , sendo  $A1$  a área delimitada pela recta vertical que passa na abcissa  $k$ , pelo ramo esquerdo do número impreciso e pela recta horizontal que passa pela ordenada  $\alpha=1.0$ . Ou seja:

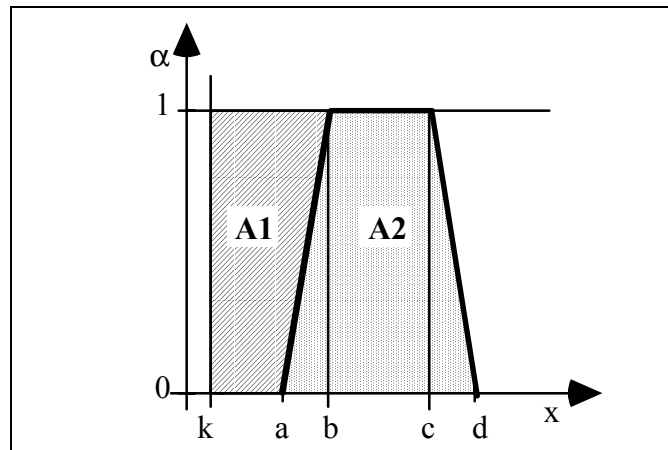


Figura 4.20: Áreas necessárias para o cálculo do Removal( $k$ ).

$$\text{Rem}(k) = \frac{A2 + (A1 + A2)}{2}$$

No caso de números imprecisos triangulares ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) o Removal para um determinado  $k$  é calculado do seguinte modo:

$$\text{Rem}(k) = -k + \frac{a + b + c}{4}$$

No caso de números imprecisos trapezoidais ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ) o Removal para um determinado  $k$  é calculado do seguinte modo:

$$\text{Rem}(k) = -k + \frac{a + b + c + d}{4}$$

#### 4.3.5.2 Valor Central

O valor central de um número impreciso é o valor médio do corte de nível 1.

No caso do número impreciso ser triangular ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) o valor central é  $b$ .

No caso do número impreciso ser trapezoidal ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ) o valor central é  $(b + c) / 2$ .

#### 4.3.5.3 Amplitude

Considerando-se que o domínio da função de pertença do número impreciso é o intervalo entre os dois vértices extremos, define-se a amplitude deste número impreciso como a diferença entre os valores extremos do corte de nível 0.

No caso do número impreciso ser triangular (a, b, c) a amplitude é (c - a).

No caso do número impreciso ser trapezoidal (a, b, c, d) a amplitude é (d - a).



## 5 Algoritmo de Cálculo do Vector de Estado Integrando Medidas Imprecisas

### 5.1 Introdução

Em certos casos, pode-se definir o problema de cálculo do vector de estado como um problema que envolve números imprecisos (*fuzzy numbers*). Estes números integram incerteza e são definidos considerando conceitos da Teoria dos Conjuntos Imprecisos (*Fuzzy Set Theory*). No caso de sistemas de distribuição o problema de estimação de estado é um exemplo deste tipo de problemas. Com efeito, nestes sistemas há casos em que algumas das medidas podem ser definidas a partir do conhecimento qualitativo do comportamento do sistema. Exemplos destes casos são situações em que:

- existe produção privada dispersa;
- existe produção utilizando energias renováveis, como são os casos de produção eólica e produção solar. Nestes casos a produção de energia pode variar constantemente com o tempo;
- não existem medidas em grande parte dos consumidores, porque pode não ser economicamente viável colocar aparelhos de medida em muitos consumidores.

Deste modo, para casos como estes, o conhecimento de valores típicos ou de informação qualitativa para zonas da rede onde há insuficiência de medidas pode ser representado por números imprecisos envolvendo incertezas. Desta forma, há números imprecisos como dados do problema de cálculo do vector de estado.

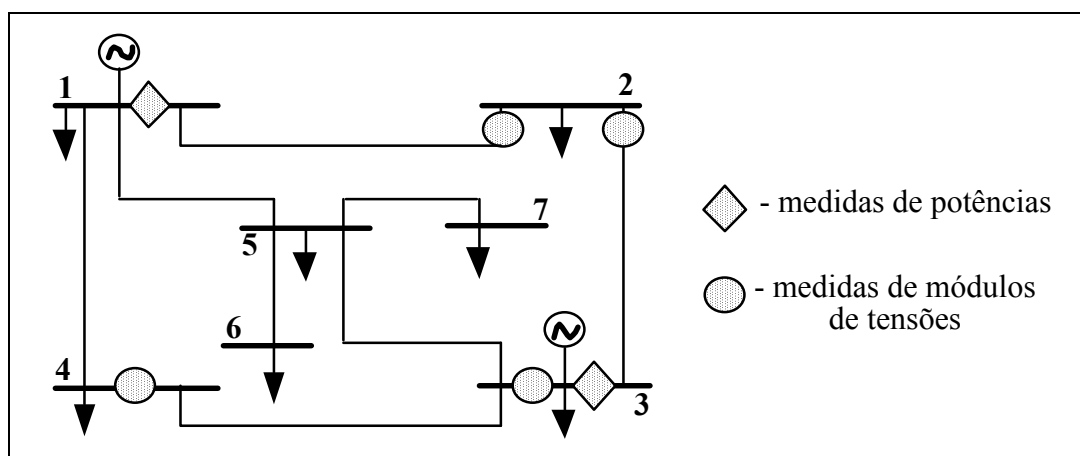


Figura 5.1: Esquema simplificado de uma rede com 7 barramentos e 8 com linhas e do sistema de medidas instalado.

Por exemplo, na rede da figura 5.1 a não existência de medidas nos consumidores dos barramentos 5, 6 e 7 torna muito difícil estimar o vector de estado do sistema. Mas, pode dispor-se de informação adicional nos barramentos 5, 6 e 7, representada sob a forma de afirmações qualitativas, usadas no dia a dia. Exemplos destas afirmações seriam:



- "A soma das cargas dos barramentos 5, 6 e 7 é, aproximadamente, 50 MW";
- "A tensão nos barramentos 5, 6 e 7 é cerca de 1.05 p.u., 1.1 p.u. e 1.1 p.u., respectivamente";
- "O fluxo de potência activa nas linhas que fornecem os barramentos 6 e 7 é geralmente de 15 MW, mas pode variar entre 12 MW e 20 MW".

A partir destas informações, que envolvem incertezas, podem ser definidos números imprecisos que permitem representar este tipo de dados qualitativos. Para cada uma das afirmações anteriores podem-se definir números imprecisos trapezoidais que poderiam ser, por exemplo, os representados na figura 5.2. Nesta figura: o primeiro gráfico refere-se à primeira afirmação; os segundo e terceiro gráficos referem-se à segunda afirmação; o quarto gráfico refere-se à terceira afirmação.

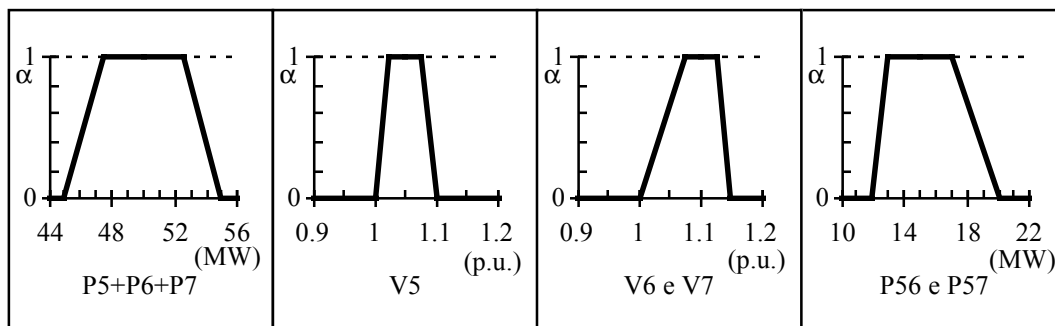


Figura 5.2: Representação gráfica de quatro funções de pertinência de números imprecisos.

Com estes dados será possível calcular o vector de estado do sistema?

No próximo ponto deste capítulo será apresentado um algoritmo de cálculo do vector de estado onde informação qualitativa, convertida em números imprecisos, é utilizada como dados desse algoritmo. Estes dados, obtidos a partir de informação qualitativa, e por analogia com os outros dados da estimação de estado, são denominados de **medidas imprecisas**.

No ponto 3 deste capítulo é definido um processo para calcular directamente os fluxos de potências e de correntes nas linhas a partir das medidas.

No ponto 4 deste capítulo são apresentados duas metodologias alternativas utilizadas para testar os resultados obtidos pelo método directo de cálculo do vector de estado. Estas metodologias baseiam-se no método de Monte-Carlo e no método do gradiente.

No último ponto deste capítulo serão apresentados alguns exemplos muito simples, de carácter didáctico, pretendendo-se apenas ilustrar o modo como são feitos os cálculos utilizando este método.

## 5.2 Algoritmo de cálculo

Para resolver os problemas de cálculo do vector de estado quando estão presentes medidas que são representadas como números imprecisos, foi desenvolvido um novo algoritmo. Este algoritmo resolve o problema em duas fases:

- inicialmente, na primeira fase do método, resolve-se o problema de cálculo do vector de estado com um algoritmo de cálculo determinístico. Nesta fase pode utilizar-se o método das equações normais baseado no método dos mínimos quadrados, apresentado no terceiro capítulo. Nesta fase cada uma das medidas imprecisas é substituída por uma medida determinística, sendo esta medida igual ao valor central do número impreciso correspondente;

- na segunda fase são calculados os desvios do vector de estado calculado na primeira fase, a partir dos desvios das medidas imprecisas em relação ao valor determinístico respectivo.

Considera-se, por exemplo, a medida imprecisa possuindo uma função de pertença representada pelo gráfico da figura 5.3. No algoritmo de cálculo do vector de estado determinístico a medida determinística utilizada que corresponde a esta medida imprecisa, é igual a 2. Este valor corresponde ao ponto médio do corte de nível 1 [1.95, 2.05] e é o valor central deste número impreciso.

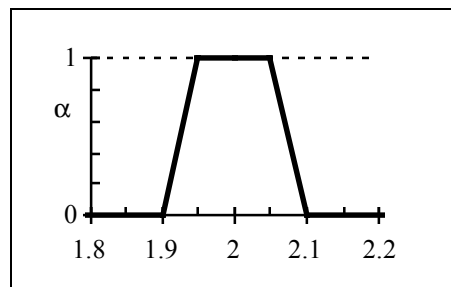


Figura 5.3: Representação gráfica da função de pertença de um número impreciso trapezoidal.

Quando o método iterativo de Newton-Raphson, utilizado para resolver o problema formulado pelo método dos mínimos quadrados ponderados, converge, é calculado o vector de estado  $X$  correspondente. Esta convergência é atingida quando numa iteração do método foram obtidas actualizações para as variáveis de estado inferiores a uma tolerância  $\epsilon$  pré-especificada, ou seja, quando se verificam as condições (5.1).

$$\begin{aligned} \Delta X &= G^{-1} H^T R^{-1} \Delta Z \\ \|\Delta X\| &< \epsilon \end{aligned} \quad (5.1)$$

Onde:

- $\Delta X$  representa o vector de actualizações do vector de estado em cada iteração;
- $\Delta Z = Z - h(X)$  representa o vector das diferenças entre o vector das medidas  $Z$  e o vector das funções  $h(X)$  calculadas no vector de estado  $X$  actual;

- $\epsilon$  representa a tolerância máxima de erro permitida;
- $H$  representa a matriz do Jacobiano de  $h(X)$ ;
- $R$  representa a matriz diagonal da covariância dos erros das medidas, e a sua inversa é a matriz dos pesos das medidas;
- $G$  representa a matriz do ganho ( $G=H^T R^{-1} H$ ).

Considera-se a função  $f(X)$  definida pela seguinte expressão:

$$f(X) = H^T R^{-1} [Z - h(X)]$$

Resolver o problema de cálculo do vector de estado corresponde a calcular o vector de estado  $X$  que iguala a função  $f(X)$  a 0. Desta forma, é minimizada a soma dos quadrados dos erros das medidas. O cálculo do vector  $\underline{X}$ , tal que  $f(\underline{X})=0$ , é feito por um método numérico de cálculo de zeros de funções sendo utilizado, neste caso, o método iterativo de Newton-Raphson.

Graficamente, cada iteração do método de Newton-Raphson pode ser interpretada de forma gráfica tal como se representa na figura 5.4. Nesta figura  $X''$  é igual  $X'+\Delta X$ , sendo  $X''$  o valor actual do vector de estado na iteração corrente, calculado a partir do valor da iteração anterior  $X'$

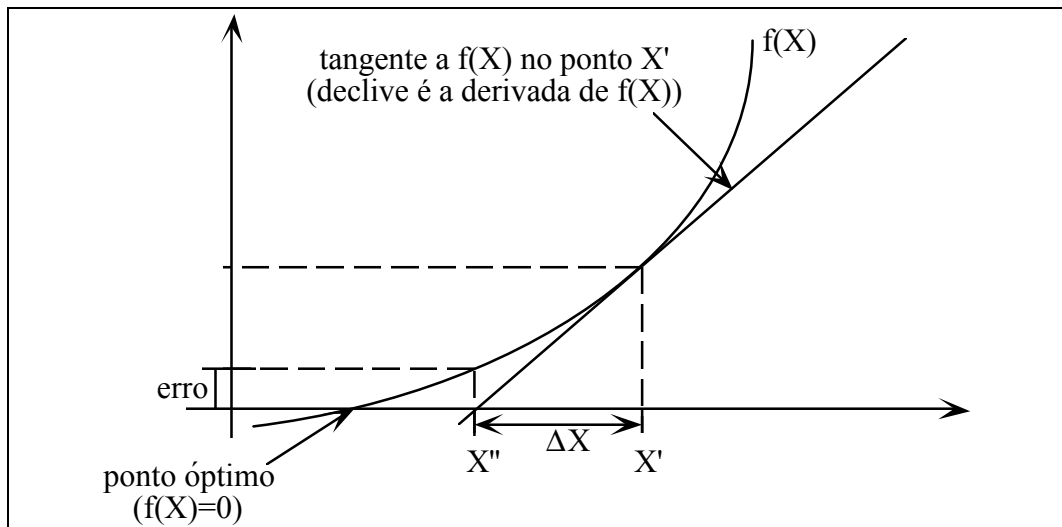


Figura 5.4: Esquema gráfico de uma iteração da resolução da equação  $f(X)=0$  pelo método de Newton-Raphson.

Sendo ignoradas as derivadas de segunda ordem de  $h(X)$ , (isto é, a matriz Hessiana de  $h(X)$ ) e, portanto, a matriz das derivadas da matriz  $H$ , conclui-se que a derivada de  $f(X)$  é a matriz do ganho  $G$ . Consequentemente, na figura 5.4 o declive da recta tangente à função  $f(X)$  no ponto  $X'$  está associada à matriz  $G$  calculada em  $X'$ .

Quando a convergência é atingida, obtém-se um valor para o vector de estado  $\underline{X}$ , tal que  $Z \cong h(\underline{X})$ . Desta forma, para este vector  $\underline{X}$  verifica-se que  $f(\underline{X})$  é aproximadamente nulo.

A ocorrência de pequenas oscilações em alguns dos componentes do vector das medidas  $Z$ , corresponde a fazer pequenas oscilações no valor de  $f(\underline{X})$ . O vector de estado que corresponde a estas pequenas oscilações nas medidas, poderá ser calculado de um modo directo. Para isso, numa vizinhança do vector de estado  $\underline{X}$ , solução do problema de cálculo do vector de estado só com medidas determinísticas, pode-se considerar que a função  $f(X)$  é aproximada pela recta tangente a  $f(X)$  no ponto  $\underline{X}$ . O declive desta recta tangente foi calculado na última iteração do método de Newton-Raphson.

Na figura 5.5 representa-se o modo como é realizado o cálculo quando se considera a aproximação da função  $f(X)$  pela sua tangente no ponto  $X'$ . Os vectores de estado que correspondem às oscilações na função  $f(X)$  provocadas por oscilações nas medidas,  $h'$  e  $h''$ , são  $X'-a$  e  $X'+b$ , respectivamente.

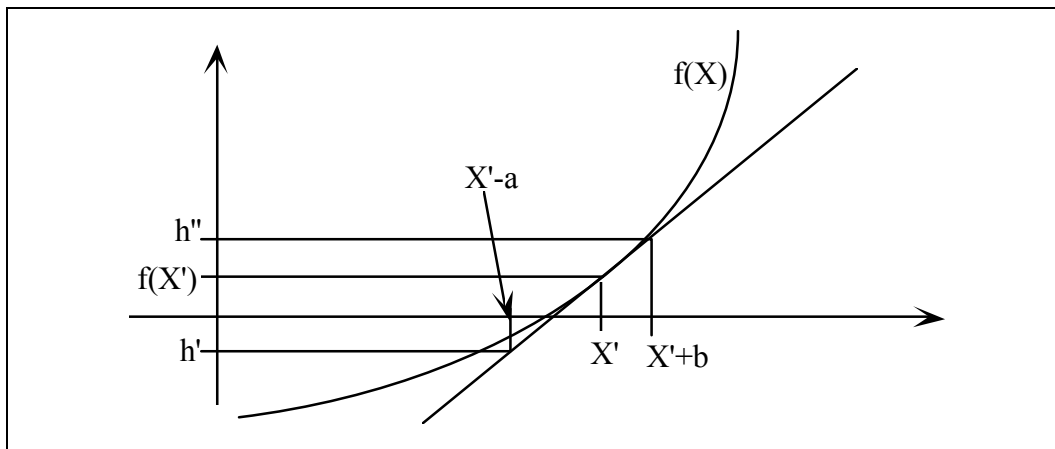


Figura 5.5: Representação gráfica do cálculo aproximado dos desvios do ponto  $X'$  provocados por desvios no valor de  $f(X')$ .

Os valores de  $a$  e  $b$  na figura 5.5 são calculados da seguinte forma:

$$\mathbf{b} = \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{h}'' - f(\mathbf{X}'))$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{G}^{-1}(f(\mathbf{X}') - \mathbf{h}')$$

Desta forma, obtém-se uma relação linear entre o vector das medidas e o vector de estado. É possível, deste modo, realizar o cálculo de vectores de estado, correspondentes a pequenas diferenças na função  $f(X)$ . Por outro lado, as oscilações em  $f(\underline{X})$ , para um determinado vector de estado  $\underline{X}$  fixo, estão também linearmente relacionadas com oscilações nos componentes do vector das medidas  $Z$ . Obtém-se, desta forma, uma função linear que, para pequenas oscilações nos valores das medidas, permite calcular oscilações para o vector de estado  $\underline{X}$ . Considerando que este vector  $\underline{X}$  é obtido pelo método de Newton-Raphson. Pode-se calcular os desvios  $\Delta X$  pela expressão (5.2).

$$\Delta X = (\mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}) \Delta Z \tag{5.2}$$

Nesta expressão:

- $G$  representa a matriz do ganho calculada na última iteração do método de cálculo do vector de estado utilizando apenas medidas determinísticas;

- $H$  representa a matriz do Jacobiano das funções  $h(X)$ , calculada na última iteração do cálculo determinístico anterior;
- $R^{-1}$  representa a matriz diagonal com os pesos das medidas;
- $\Delta Z$  representa o vector das oscilações introduzidas nas medidas;
- $\Delta X$  representa o vector das actualizações, para o vector de estado  $\underline{X}$  calculado na última iteração, provocado pelas oscilações nas medidas.

A expressão (5.2) será utilizada para resolver o problema de cálculo do vector de estado com medidas imprecisas. Atendendo a que uma medida imprecisa  $Z'$  pode ser decomposta na soma de uma medida determinística  $Z$  com uma medida imprecisa  $\Delta Z'$  centrada em 0 (ver figura 5.6) o problema de cálculo do vector de estado com medidas imprecisas é resolvido em duas fases.

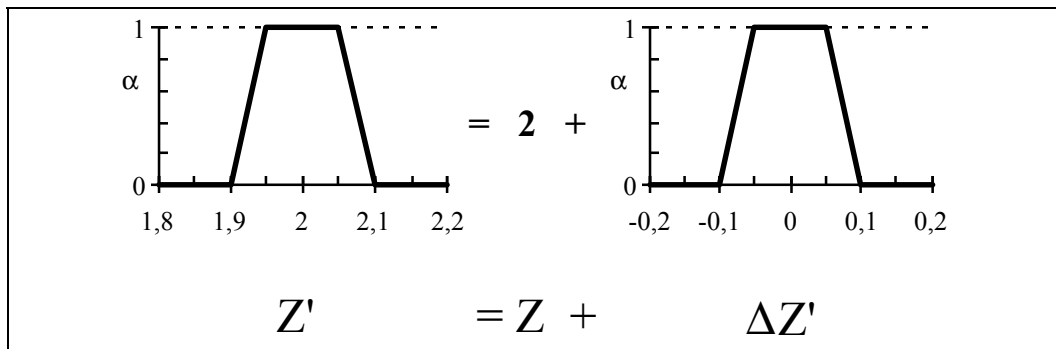


Figura 5.6: Exemplo da decomposição de um número impreciso na soma de um número determinístico com um número impreciso com valor central igual a 0.

Na 1ª fase calcula-se o vector de estado considerando as medidas determinísticas  $Z$ . Este cálculo é feito por um método baseado no método dos mínimos quadrados ponderados para formulação do problema, sendo, depois, resolvido pelo método iterativo de Newton-Raphson. Desta forma, obtém-se um vector de estado  $\underline{X}$  e obtém-se, também, as matrizes: do Jacobiano de  $h(X)$ ,  $H$ , calculada em  $\underline{X}$ ; inversa da matriz do ganho,  $G^{-1}$ , calculada também em  $\underline{X}$ .

Na 2ª fase calculam-se os desvios imprecisos  $\Delta X'$ , que serão adicionados ao vector de estado determinístico  $\underline{X}$ . Estes desvios são calculados a partir dos desvios imprecisos para as medidas  $\Delta Z'$ , utilizando a expressão linear (5.3).

$$\Delta X' = (G^{-1}H^T R^{-1}) \Delta Z' \quad (5.3)$$

Estes desvios são, em seguida, adicionados ao vector de estado  $\underline{X}$  obtido na primeira fase obtendo-se, assim, o vector de estado impreciso solução do problema, que será dado pela seguinte expressão:

$$X' = X + \Delta X' \quad (5.4)$$

Na figura 5.7 apresenta-se um fluxograma que detalha a sequência de cálculos necessários para obter o vector de estado quando há medidas imprecisas, sendo neste caso

a solução um vector de estado impreciso  $X'$ . De salientar que, o algoritmo utilizado para a primeira fase pode não ser o primeiro algoritmo exposto no capítulo 3. Pode, com efeito, ser qualquer dos expostos, desde que se façam as adaptações necessárias. O primeiro desses métodos foi utilizado visto que é o algoritmo mais simples e o mais referido na bibliografia.

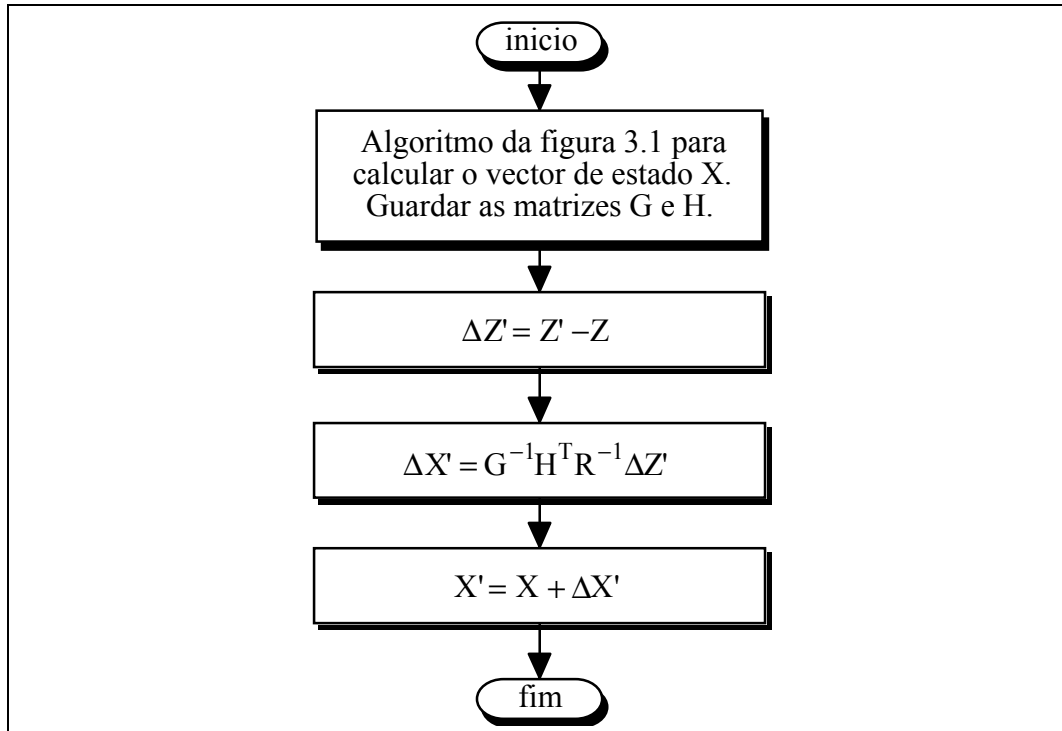


Figura 5.7: Fluxograma do método de cálculo do vector de estado integrando medidas imprecisas.

### 5.3 Cálculo dos fluxos de potências e intensidades de correntes

Quando se trabalha com números imprecisos é habitualmente difícil trabalhar com funções que não sejam lineares. No caso, do problema do cálculo do vector de estado com medidas imprecisas já se mostrou na secção anterior como fazer este cálculo. Verificou-se que, quando há medidas definidas como números imprecisos, o resultado é um vector de estado em que os seus componentes são números imprecisos. Põe-se agora o seguinte problema: depois de calculado o vector de estado impreciso como é que se calculam os fluxos de potências activas e reactivas e os módulos de intensidades de correntes nas linhas a partir do vector de estado com componentes imprecisos.

No algoritmo de cálculo do vector de estado com medidas determinísticas, os fluxos eram calculados directamente a partir do vector de estado solução utilizando as expressões que constam no anexo C. No entanto, como estas expressões usam as funções  $\cos()$  e  $\sin()$  aplicadas aos argumentos das tensões nos barramentos e, além disso, há operações de produtos de componentes do vector de estado, revela-se complexo aplicar estas expressões no caso das tensões serem representadas por números imprecisos. Mesmo sendo possível

calcular os fluxos a partir do vector de estado impreciso, seria preferível calcular os fluxos directamente a partir das medidas imprecisas. Com efeito, à medida que aumenta o número de cálculos feitos com números imprecisos aumenta também a imprecisão dos resultados.

O objectivo deste ponto deste capítulo consiste em definir um processo de cálculo directo dos valores dos fluxos de potências e de módulos de intensidades de correntes nas linhas, a partir das medidas imprecisas ou, mais precisamente, dos desvios imprecisos das medidas.

### 5.3.1 Processo cálculo directo

Inicialmente, linearizam-se as expressões de cálculo dos fluxos de potências e de intensidades de correntes. Esta linearização é feita considerando-se o desenvolvimento em série de Taylor em torno dos valores calculados a partir do vector de estado determinístico, obtido da primeira fase do algoritmo de cálculo do vector de estado com medidas imprecisas. A partir deste desenvolvimento obtêm-se expressões para o cálculo aproximado de desvios para os fluxos de potência activa (expressão (5.5)) e reactiva (expressão (5.6)) e para o módulo da intensidade da corrente numa linha (expressão (5.7)).

$$\Delta P_{ij} \cong \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i} \Big|_X \Delta \theta_i + \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_j} \Big|_X \Delta \theta_j + \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} \Big|_X \Delta V_i + \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} \Big|_X \Delta V_j \quad (5.5)$$

$$\Delta Q_{ij} \cong \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_i} \Big|_X \Delta \theta_i + \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_j} \Big|_X \Delta \theta_j + \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} \Big|_X \Delta V_i + \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j} \Big|_X \Delta V_j \quad (5.6)$$

$$\Delta |I_{ij}| \cong \frac{\partial |I_{ij}|}{\partial \theta_i} \Big|_X \Delta \theta_i + \frac{\partial |I_{ij}|}{\partial \theta_j} \Big|_X \Delta \theta_j + \frac{\partial |I_{ij}|}{\partial V_i} \Big|_X \Delta V_i + \frac{\partial |I_{ij}|}{\partial V_j} \Big|_X \Delta V_j \quad (5.7)$$

Considera-se a matriz  $J_{FL}(\underline{X})$  integrando as derivadas dos fluxos em relação a cada componente do vector de estado, calculada no ponto  $\underline{X}$ . Este vector  $\underline{X}$  é o vector de estado calculado na primeira fase do cálculo do vector de estado com medidas imprecisas. A matriz  $J_{FL}(\underline{X})$  é definida do seguinte modo:

$$J_{FL}(\underline{X}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_k} \Big|_X & \frac{\partial P_{ij}}{\partial V_k} \Big|_X \\ \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_k} \Big|_X & \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_k} \Big|_X \\ \frac{\partial |I_{ij}|}{\partial \theta_k} \Big|_X & \frac{\partial |I_{ij}|}{\partial V_k} \Big|_X \end{bmatrix}$$

A matriz  $J_{FL}(X)$  assim definida, tem dimensão de  $3nl$  linhas, sendo  $nl$  o número de linhas do sistema, e  $2nb-1$  colunas, sendo  $nb$  o número de barramentos do sistema. Considera-se o vector  $\Delta FL$  dos desvios destes fluxos definido da seguinte forma:

$$\Delta FL = \begin{vmatrix} \Delta P_{ij} \\ \hline \Delta Q_{ij} \\ \hline \Delta |I_{ij}| \end{vmatrix}$$

As expressões (5.5) a (5.7) podem ser reescritas na forma matricial seguinte:

$$\Delta FL = J_{FL}(X) \cdot \Delta X \quad (5.8)$$

Considerando-se que  $\Delta X$  é dado por (5.2), obtém-se a expressão (5.9) que relaciona linearmente desvios nas medidas com desvios nos fluxos nas linhas.

$$\Delta FL = \left( J_{FL}(X) \left( G^{-1} H^T R^{-1} \right) \right) \Delta Z \quad (5.9)$$

A expressão (5.9) é a expressão pretendida visto que permite obter valores imprecisos para os fluxos potências e correntes nas linhas por uma única transformação das variáveis de entrada (vector das medidas). Desta forma, o cálculo dos fluxos imprecisos obtém-se usando as expressões (5.10) e (5.11).

$$\Delta FL' = \left( J_{FL}(X) \left( G^{-1} H^T R^{-1} \right) \right) \Delta Z' \quad (5.10)$$

$$FL = FL^c + \Delta FL' \quad (5.11)$$

Nestas expressões:

- $FL'$  representa o vector impreciso dos fluxos de potências e de intensidades de correntes nas linhas, para um vector de medidas imprecisas  $Z'$ ;
- $\Delta FL'$  representa o vector impreciso dos desvios dos fluxos de potências e de intensidades de correntes nas linhas, para um vector de desvios das medidas imprecisas  $\Delta Z'$ ;
- $FL^c$  representa o vector determinístico dos fluxos de potências e de intensidades de correntes nas linhas, calculados a partir do vector de estado obtido na primeira fase do método de cálculo do vector de estado com medidas imprecisas.

As expressões de cálculo dos elementos da matriz  $J_{FL}(X)$ , que correspondem às derivadas parciais dos fluxos de potências e correntes em relação a cada componente do vector de estado, encontram-se no anexo C.

### 5.3.2 Correção do fluxo de corrente



As expressões (5.10) e (5.11) estão associadas a um processo de cálculo directo dos fluxos de potências e de intensidades de correntes imprecisos, a partir de desvios imprecisos das medidas e do vector de estado calculado anteriormente pelo método das equações normais. No entanto, quando o valor do módulo da intensidade da corrente for próximo de zero, poderá acontecer que, ao realizar-se a linearização referida, se obtenham valores negativos para o módulo da corrente com um grau de pertença maior que 0. Estes valores não têm significado físico, dado que um módulo terá sempre um valor maior ou igual a zero.

Para evitar o aparecimento como resultados finais de valores negativos para o módulo, faz-se uma pequena alteração no cálculo apresentado anteriormente. Essa alteração consiste em fazer o cálculo da parte real e imaginária da intensidade da corrente, por um processo semelhante ao associado às expressões (5.10) e (5.11). Desta forma, quando na função de pertença do módulo da intensidade da corrente, existe algum valor negativo com grau de pertença positiva, faz-se, neste caso, um cálculo aproximado. Este cálculo, que é executado na região do domínio da função onde existem os valores negativos do módulo da corrente, é feito a partir da parte real e da parte imaginária da intensidade da corrente.

Antes de se fazer o cálculo do módulo de intensidade da corrente a partir da parte real e da parte imaginária, é necessário ajustar as partes reais e imaginárias. Este ajustamento é realizado para que a ordem dos vértices de cada uma das partes seja a mesma. Os vértices de uma função de pertença são os pontos onde a derivada da função é descontínua.

Representando-se os vértices da função de pertença da parte real por  $(r_1, r_2, \dots, r_f)$ , os vértices da função de pertença da parte imaginária por  $(i_1, i_2, \dots, i_f)$  e os vértices da função de pertença do módulo por  $(m_1, m_2, \dots, m_f)$ . Desta forma, consideram-se as quatro hipóteses mais lógicas, para se fazer o cálculo do módulo da intensidade da corrente a partir das partes reais e imaginárias da corrente. Estas hipóteses são as seguintes:

$$1^a \quad m_1 = \sqrt{r_1^2 + i_1^2}, \quad m_2 = \sqrt{r_2^2 + i_2^2}, \quad \dots, \quad m_f = \sqrt{r_f^2 + i_f^2}$$

$$2^a \quad m_1 = \sqrt{r_f^2 + i_f^2}, \quad m_2 = \sqrt{r_{(f-1)}^2 + i_{(f-1)}^2}, \quad \dots, \quad m_f = \sqrt{r_1^2 + i_1^2}$$

$$3^a \quad m_1 = \sqrt{r_f^2 + i_1^2}, \quad m_2 = \sqrt{r_{(f-1)}^2 + i_2^2}, \quad \dots, \quad m_f = \sqrt{r_1^2 + i_f^2}$$

$$4^a \quad m_1 = \sqrt{r_1^2 + i_f^2}, \quad m_2 = \sqrt{r_2^2 + i_{(f-1)}^2}, \quad \dots, \quad m_f = \sqrt{r_f^2 + i_1^2}$$

Destas quatro hipóteses escolhe-se aquela em que os erros de comparação entre cada uma das hipóteses e o valor obtido para o módulo da intensidade de corrente directamente a partir das expressões (5.10) e (5.11), forem menores. Para o cálculo destes erros, apenas se consideram os vértices correspondentes à parte do módulo válida, isto é, à parte onde o módulo calculado pelo método directo é positivo.

Depois de escolhida a hipótese de cálculo, é feito o ajustamento das partes reais e imaginárias de acordo com a hipótese escolhida:

- se foi escolhida a primeira hipótese as partes reais e imaginárias mantêm-se conforme foram calculadas;
- se foi escolhida a segunda hipótese são invertidas as ordens dos vértices das funções de pertença das partes real e imaginária;
- se foi escolhida a terceira hipótese é invertida a ordem dos vértices da função de pertença da parte real, mantendo-se a inalterada a da parte imaginária;
- se foi escolhida a quarta hipótese é invertida a ordem dos vértices da função de pertença da parte imaginária, mantendo-se a inalterada a da parte real.

Depois de ajustada a parte real e a parte imaginária, faz-se o cálculo do módulo a partir da parte real e imaginária considerando-se apenas os vértices da função de pertença onde módulo calculado directamente é negativo. Este cálculo do módulo não é feito apenas para os vértices mas faz-se também para diversos pontos entre os vértices. Com efeito, consideram-se, para cada intervalo entre vértices, 10 pontos igualmente espaçados, onde é feito o cálculo do módulo da intensidade da corrente.

O processo descrito para fazer o cálculo do módulo da intensidade da corrente nas linhas onde, por cálculo directo, se obtêm valores inválidos poderá não ser o melhor processo de cálculo atendendo aos erros da solução obtida. Na verdade, fazendo, por exemplo, os cálculos dos módulos por um processo baseado no método do gradiente obtém-

-se geralmente uma solução mais próxima da real. No entanto, a solução obtida pelo processo descrito também é próxima da real como se pode verificar pelos resultados apresentados no âmbito dos exemplos didácticos deste capítulo e do exemplo do capítulo 6. Desta forma, como esta solução se obtém com grande economia de cálculos, será preferível optar pelo processo descrito atrás, em vez de optar por um processo com um tempo de execução muito superior. Refere-se que esta escolha foi realizada tendo em atenção que o algoritmo de cálculo do vector de estado com medidas imprecisas deve dar resultados no menor tempo possível visto que poderá ter de ser executado em tempo real.

#### **5.4 Testes de avaliação dos resultados**

Atendendo-se ao Princípio da Extensão, referido em [Zim85], utilizado para definir as operações aritméticas com números imprecisos vão-se definir dois testes. Deste modo, para se fazer uma avaliação dos resultados obtidos pelo método de cálculo do vector de estado com medidas imprecisas apresentado, foram implementados os seguintes testes de validação:

- teste dos sorteios - este teste baseado no método de Monte-Carlo é fácil de implementar, mas integra muitos factores aleatórios;

- teste do gradiente - este teste tem uma implementação mais complexa que o anterior, mas é mais rigoroso nos resultados obtidos. É baseado na resolução de problemas de optimização pelo método do gradiente.

A seguir explica-se, de um modo resumido, como é que cada um destes métodos permite obter resultados alternativos de comparação com os resultados obtidos directamente. Referem-se, também, quais as principais dificuldades e vantagens de cada um dos testes.

#### 5.4.1 Teste dos sorteios

O primeiro teste de validação deste método é realizado comparando os resultados obtidos pelo método directo, com os resultados obtidos por cálculos sucessivos de vectores de estado. Estes cálculos de vectores de estado são feitos considerando-se, para as medidas imprecisas, cortes de nível  $\alpha$ . Este nível  $\alpha$  pode variar de 0 a 1 com um determinado passo de incremento. Foi utilizado o valor de 0.05 nos exemplos deste capítulo e 0.25 no exemplo do capítulo 6.

Em cada corte de nível  $\alpha$  são sorteados valores para a medida imprecisa correspondente. Cada um dos valores sorteados é considerado como um valor determinístico que irá substituir a medida imprecisa correspondente. Desta forma, com as medidas determinísticas sorteadas e com as medidas que não são imprecisas, pode fazer-se o cálculo do vector de estado determinístico.

Para cada corte de nível  $\alpha$  são memorizados os menores e os maiores valores obtidos, ao longo de cálculos sucessivos de vectores de estado determinísticos, de cada um dos componentes do vector de estado, do vector dos fluxos de potências e de correntes nas linhas. Desta forma, constroem-se cortes de nível  $\alpha$  para cada componente do vector de estado impreciso e do vector dos fluxos. No fim deste processo de cálculo, obtêm-se vectores de estado e de fluxos imprecisos aproximados que foram determinados de outro modo, mas com um esforço de cálculo muito mais elevado.

Frequentemente o menor e o maior valor dos componentes dos vectores de estado estimados, num determinado corte de nível  $\alpha$ , são o resultado do cálculo do vector estado considerando valores extremos do corte de nível  $\alpha$  para as medidas correspondentes. Além disso, a probabilidade de os valores sorteados serem todos extremos, é muito baixa. Atendendo-se a estes factos e para se melhorar este teste, para cada nível  $\alpha$ , forma assim consideradas todas as combinações de extremos dos cortes de nível  $\alpha$  das medidas imprecisas.

O número de sorteios em cada corte de nível  $\alpha$  que foram feitos nos exemplos a apresentar, varia entre 5000, para o exemplo do capítulo 6, e 10 000, para os exemplos apresentados neste capítulo. É claro que, quanto mais sorteios forem realizados melhor será o teste pelo que o teste de validade do método será mais fiável. No entanto, mais sorteios significam maior tempo de execução do teste.

No exemplo do capítulo 6 foram realizados 5000 sorteios e os níveis  $\alpha$  considerados são 5 (0, 0.25, 0.5, 0.75 e 1). Neste caso, o número total de cálculos do vectores de estado determinísticos são superiores a **25 000** (5 x 5000). Com efeito, há ainda a acrescentar os cálculos de vectores de estado em que se consideram as combinações dos extremos dos cortes de nível  $\alpha$  referidos.

#### 5.4.2 Teste do gradiente

O segundo teste da validação do método directo apresentado é baseado no método do gradiente para o cálculo de mínimos e máximos de uma função. Este teste é mais fiável que o teste anterior, que é baseado em sorteios de valores para as medidas imprecisas. Ao contrário do anterior, neste teste não existem factores aleatórios. Desta forma, o único modo da solução obtida com este teste não ser a correcta seria o método do gradiente convergir para um mínimo (ou máximo) local que não seja mínimo (ou máximo) global.

Basicamente, este teste de validação é realizado considerando-se vários cortes de nível  $\alpha$  para as medidas imprecisas, ficando deste modo definidos intervalos para cada medida. Para cada nível  $\alpha$  e para cada componente do vector de estado e do vector dos fluxos, resolve-se um problema de minimização e um problema de maximização utilizando o método do gradiente. Desta forma, ficam definidos os limites inferior e superior do intervalo de variação do componente a calcular. Nestes processos de optimização considera-se cada medida imprecisa representadas por um valor determinístico que varia no intervalo correspondente.

Estes problemas de optimização são resolvidos fazendo-se o valor determinístico de cada medida imprecisa variar, de um modo controlado, dentro do intervalo de variação correspondente. Desta forma, consegue-se calcular a combinação de valores determinísticos para as medidas imprecisas que minimizam (ou maximizam, dependendo o problema) o componente a calcular. Essa variação é feita tendo em conta o sinal do elemento da matriz de sensibilidades, correspondente ao componente a calcular e à medida imprecisa que varia. Se o componente a calcular pertencer ao vector de estado esta matriz de sensibilidades é  $(G^{-1}H^TR^{-1})$ . Se o componente a calcular pertencer ao vector dos fluxos esta matriz de sensibilidades é  $(J_{FL}(X)(G^{-1}H^TR^{-1}))$ . Existem então as seguintes variações possíveis:

- maximização e coeficiente de sensibilidade com sinal positivo - medida correspondente pode ser incrementada;
- minimização e coeficiente de sensibilidade com sinal positivo - medida correspondente pode ser decrementada;

- maximização e coeficiente de sensibilidade com sinal negativo - medida correspondente pode ser decrementada;
- minimização e coeficiente de sensibilidade com sinal negativo - medida correspondente pode ser incrementada.

A medida só não será incrementada (ou decrementada) se o valor da medida for o extremo superior (ou inferior) do seu intervalo de variação.

De seguida é feito o cálculo do vector de estado determinístico, sendo calculados novos valores para os vectores de estado e de fluxos. Este processo repete-se até que a variação nas medidas seja inferior a uma tolerância pré-especificada.

Para se ter uma ideia do peso computacional associado à implementação deste teste de validação, no exemplo a apresentar no capítulo 6 foram resolvidos, para cada nível  $\alpha$  considerado, 162 (32 módulos da tensão + 31 fases da tensão + 33 linhas x 3) problemas de minimização e outros tantos problemas de maximização pelo método do gradiente. Como nesse exemplo se vão considerar 5 cortes de nível  $\alpha$  (0, 0.25, 0.5, 0.75 e 1), o número total de problemas de optimização a resolver é 1620 (5 x 162 x 2). Em média, verificou-se que cada problema de optimização necessita de 7 iterações para convergir, o que corresponde à resolução de 7 problemas de cálculo do vector de estado determinísticos. Assim, o número total de problemas de cálculo do vector de estado que é necessário resolver é de aproximadamente **11 000**.

Comparando o número total de problemas de cálculo do vector de estado que é necessário resolver para fazer o teste do gradiente ( $\approx 11\ 000$ ) e para fazer o teste dos sorteios ( $> 25\ 000$ ), para este exemplo conclui-se que o segundo teste é melhor que o primeiro teste, tanto na fiabilidade de resultados como na rapidez de execução. O principal problema deste teste está associado à maior complexidade da sua implementação.

## 5.5 Análise de alguns exemplos simples

Para se compreender melhor os resultados que se obtêm pelo método de resolução do problema de cálculo do vector de estado com medidas imprecisas descrito atrás, apresentam-

-se a seguir vários exemplos muito simples e que possuem carácter didáctico. A rede considerada é formada por apenas dois barramentos e por uma linha. Para se compreender melhor o efeito das incertezas das medidas nos resultados, apenas uma medida imprecisa é considerada para cada exemplo. Para estes exemplos simples utiliza-se como teste de validação dos resultados o teste dos sorteios.

### 5.5.1 Primeiro exemplo

Na figura 5.8 apresenta-se um esquema simplificado de uma rede com dois barramentos e uma linha. A impedância (em  $\Omega$ ) da linha encontra-se indicada na figura.

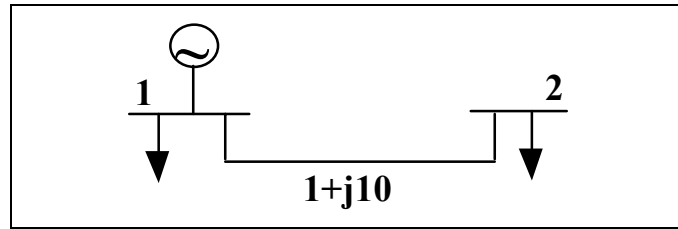


Figura 5.8: Esquema simplificado de uma rede com 2 barramentos e uma linha.

As medidas determinísticas consideradas são obtidas a partir dos resultados do fluxo de potências, tal como foi feito no exemplo do capítulo anterior. Desta forma, é necessário definir valores para os dados do fluxo de potências da rede da figura 5.8. Estes valores são os apresentados na tabela 5.1.

Barramento	TIPO	Pc	Qc	Pg	Qg	V	$\theta$
1	REF	0	0	0	0	1.015	0
2	PQ	6	4	0	0	1.000	0

Tabela 5.1: Dados de entrada do fluxo de potências para os dois barramentos.

Como primeira situação de cálculo considera-se que há um número elevado de medidas. Desta forma, considera-se o sistema de medidas esquematizado na figura 5.9 contendo as 9 medidas a seguir discriminadas:

- 2 potências activas injectadas nos barramentos (P1 e P2);
- 2 potências reactivas injectadas nos barramentos (Q1 e Q2);
- 2 módulos de tensões nos barramentos (V1 e V2);
- 1 fluxo de potência activa na linha 1-2 (P12);
- 1 fluxo de potência reactiva na linha 1-2 (Q12);
- 1 módulo da intensidade da corrente na linha 1-2 (I12).

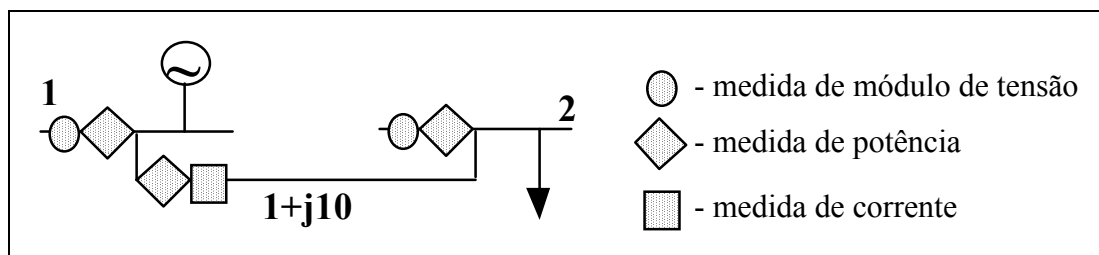


Figura 5.9: Esquema de colocação do sistema de medidas na rede com 2 barramentos.

Como valores para as grandezas medidas consideram-se os valores obtidos a partir do fluxo de potências para todas as medidas que não são imprecisas:

- potência activa injectada no barramento 1 - P1 = 6.045 p.u.;
- potência activa injectada no barramento 2 - P2 = -6.0 p.u.;
- potência reactiva injectada no barramento 1 - Q1 = 4.452 p.u.;
- potência reactiva injectada no barramento 2 - Q2 = -4.0 p.u.;
- módulo da tensão no barramento 1 - V1 = 1.015 p.u.;

- módulo da tensão no barramento 2 -  $V_2 = 0.975$  p.u.;
- fluxo de potência activa na linha 1-2 -  $P_{12} = 6.045$  p.u.
- fluxo de potência reactiva na linha 1-2 -  $Q_{12} = 4.452$  p.u.
- módulo da intensidade da corrente na linha 1-2 -  $|I_{12}| = 7.40$  p.u.

Considera-se que a medida determinística do módulo da tensão no barramento 1 não está disponível. Contudo o comportamento desta tensão é descrita por informação qualitativa que é convertida num número impreciso cuja a função de pertença tem forma triangular. A informação é:

- "O valor da tensão no barramento 1 é quase de certeza 1.015 p.u., podendo contudo variar entre 1 e 1.03 p.u."

nível $\alpha$	0	1	0
V1	1	1.015	1.03

Tabela 5.2: Valores dos vértices da função de pertença da medida imprecisa V1.

Os valores dos vértices dessa função de pertença aparecem na tabela 5.2. Os valores extremos de cortes de nível  $\alpha$  para  $\alpha \in ]0,1[$  são obtidos considerando expressões lineares. Os valores além dos limites (inferiores a 1 e superiores a 1.03) têm como valor de pertença 0. O gráfico da função de pertença para a medida imprecisa V1 é apresentado na figura 5.10.

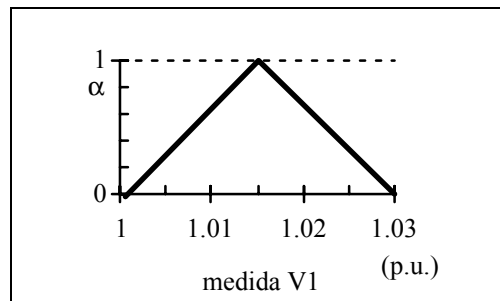


Figura 5.10: Representação gráfica da função de pertença da medida imprecisa V1.

Com a aplicação do método de cálculo do vector de estado com medidas imprecisas descrito anteriormente, obtiveram-se os resultados imprecisos para os componentes do vector de estado ( $V_1$ ,  $V_2$  e  $\theta_2$ ) apresentados na tabela 5.3. Estes valores correspondem aos vértices das funções de pertença triangulares apresentadas na figura 5.11.

nível $\alpha$	0	1	0
V2	0.97454	0.97489	0.97524
V1	1.01466	1.01500	1.01534
$\theta_2$	-0.04682	-0.04679	-0.04676

Tabela 5.3: Valores dos vértices das funções de pertença do vector de estado, solução do cálculo do vector de estado com a medida V1 imprecisa.

Analisando estes resultados, verifica-se que a incerteza do módulo da tensão no barramento 1 foi diminuída pelo cálculo do vector de estado. Com efeito, à entrada V1 variava entre 1 e 1.03, o que corresponde a uma variação de 3% em relação ao valor central (1.015), e no vector de estado do sistema o componente correspondente a V1 varia entre 1.01466 e 1.01534 o que corresponde a uma variação de 0.06% em relação ao valor central (1.015).

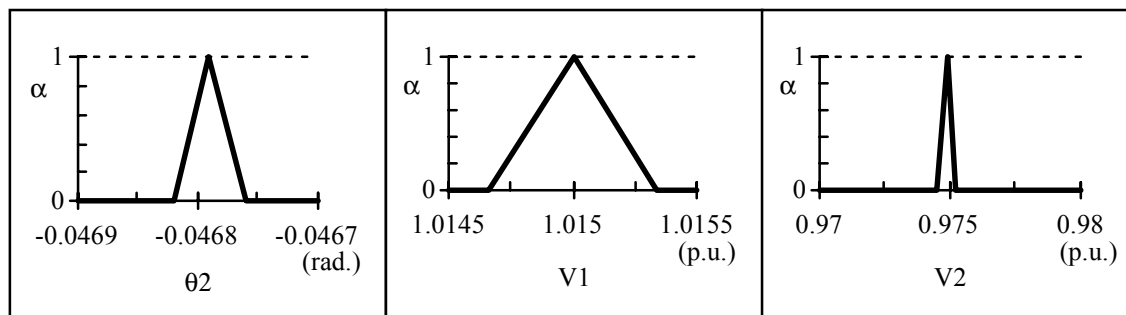


Figura 5.11: Representação gráfica das funções de pertença dos componentes do vector de estado da tabela 5.3

Com esta variação tão pequena pode-se considerar que o componente V1 do vector de estado obtido é um valor "quase determinístico". O mesmo se poderá afirmar para os outros componentes do vector de estado, pois a variação desses componentes também são da mesma ordem de grandeza. Ou seja, V2 tem uma variação de 0.08% em relação ao valor central (0.97489) e  $\theta_2$  tem uma variação de 0.12% em relação ao valor central (-0.04679).

Os resultados obtidos no exemplo anterior para os componentes do vector de estado do sistema integrando uma medida imprecisa são componentes com muito pouca incerteza. Estes resultados são devidos ao facto de se ter considerado muitas medidas no sistema de medidas. Desta forma, uma pequena oscilação numa medida não influencia muito o estado do sistema. Pela mesma razão, para este exemplo a realização do teste dos sorteios permite obter sensivelmente os mesmos resultados.

	P1	P2	P12	Q1	Q2	Q12	I12	V1	V2
$\theta_2$	0.0646	5.4819	0.0646	0.2017	0.3086	0.2017	3.1965	0.0412	0.0406
V2	0.2184	3.0532	0.2184	0.0842	0.1414	0.0842	1.6871	0.0243	0.0240
V1	0.2030	2.8513	0.2030	0.0895	0.1411	0.0895	1.5871	0.0226	0.0224

Tabela 5.4: A matriz  $(G^{-1}H^T)$  normalizada e as correspondências, para cada linha, dos componentes do vector de estado, e para cada coluna, dos componentes do vector de medidas.

Para se analisar a influência que cada medida tem em cada um dos componentes do vector de estado, apresenta-se na tabela 5.4 os valores da matriz  $(G^{-1}H^T)$  normalizada. A normalização é feita do seguinte modo:



- cada coluna da matriz ( $G^{-1}H^T$ ) original é multiplicada pelo valor da medida, ou pelo valor central da medida no caso da medida ser imprecisa, que corresponde a essa coluna;

- cada linha da matriz ( $G^{-1}H^T$ ) original é dividida pelo valor central do componente do vector de estado calculado, correspondente.

O objectivo da apresentação da matriz nesta forma, consiste em relacionar directamente valores relativos de desvios nas medidas e desvios relativos no vector de estado. Por exemplo, um desvio de 1% na medida  $V_1$  (coluna 8 da matriz) corresponde a:

- um desvio de 0.0412% no valor do componente  $\theta_2$  do vector de estado;
- um desvio de 0.0243% no valor do componente  $V_2$  do vector de estado;
- um desvio de 0.0226% no valor do componente  $V_1$  do vector de estado.

Com a análise da tabela 5.4, verifica-se que as medidas que influenciam mais o vector de estado neste exemplo são: a potência activa injectada no barramento 2 e o módulo da intensidade da corrente na linha que une os barramentos 1 e 2.

Convém ter em atenção que estes valores foram obtido considerando apenas uma medida imprecisa. No entanto, quando há duas ou mais medidas imprecisas é necessário fazer as operações de soma e subtracção definidas para os números imprecisos, pelo que a imprecisão dos resultados deverá aumentar.

### 5.5.2 Segundo exemplo

Neste exemplo considera-se novamente a rede da figura 5.8 com os mesmos dados para o fluxo de potências, mas o sistema de medidas agora utilizado é apresentado na figura 5.12.

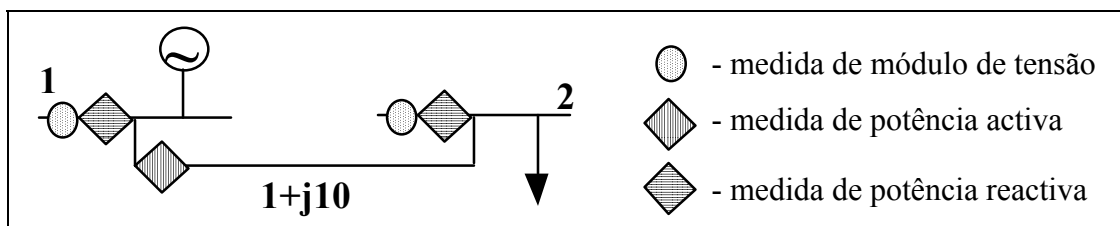


Figura 5.12: Esquema de colocação do sistema de medidas na rede com 2 barramentos.

Neste sistema consideram-se apenas 5 medidas, sendo elas:

- 2 potências reactivas injectadas nos barramentos ( $Q_1$  e  $Q_2$ );
- 2 módulos de tensões nos barramentos ( $V_1$  e  $V_2$ );
- 1 fluxo de potência activa na linha 1-2 ( $P_{12}$ ).

Consideram-se para as medidas determinísticas os seguintes valores:

- potência reactiva injectada no barramento 1 -  $Q_1 = 4.45$  p.u.;
- potência reactiva injectada no barramento 2 -  $Q_2 = -4.0$  p.u.;
- módulo da tensão no barramento 1 -  $V_1 = 1.015$  p.u.;
- módulo da tensão no barramento 2 -  $V_2 = 0.97$  p.u.;

- fluxo de potência activa na linha 1-2 -  $P_{12} = 6.05$  p.u.

Considera-se novamente que a medida do módulo da tensão no barramento 1 não está disponível, mas esta tensão é descrita como um número impreciso. Este número impreciso tem uma função de forma trapezoidal, em que os valores dos vértices são apresentados na tabela 5.5. Deste modo, o gráfico da função de pertença para a medida imprecisa V1 deste exemplo é apresentado na figura 5.13.

nível $\alpha$	0	1	1	0
V1	1	1.01	1.02	1.03

Tabela 5.5: Valores dos vértices da função de pertença da medida imprecisa trapezoidal V1.

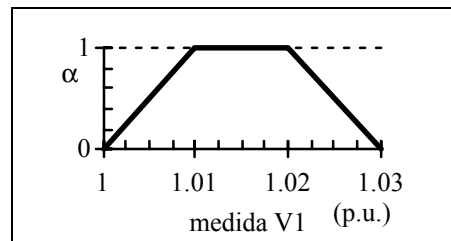


Figura 5.13: Representação gráfica da função de pertença da medida imprecisa V1.

Os resultados obtidos para o vector de estado pelo algoritmo de cálculo com medidas imprecisas, estão apresentados na tabela 5.6. A estes valores correspondem às funções de pertença apresentadas a cheio na figura 5.14.

nível $\alpha$	0	1	1	1	0
V2	0.96706	0.97121	0.97328	0.97535	0.97949
V1	1.00747	1.01145	1.01344	1.01543	1.01941
$\theta_2$	-0.04755	-0.04717	-0.04698	-0.04679	-0.0464

Tabela 5.6: Valores dos vértices das funções de pertença do vector de estado solução do cálculo do vector de estado com a medida V1 imprecisa.

Os resultados obtidos pelo teste dos sorteios, teste de validação do método descrito, são os apresentados a tracejado na figura 5.14. Quando os resultados coincidem somente se vê o gráfico a cheio, o que neste caso acontece quase sempre. Por isso, neste exemplo, os resultados obtidos pelo método directo são válidos segundo este teste.

Tal como foi dito anteriormente, para este teste fizeram-se 10 000 sorteios em cada corte de nível  $\alpha$ . Como  $\alpha$  varia de 0 até 1 com um incremento de 0.05, o número total de intervalos diferentes é de 21. Consequentemente, o número de cálculos determinísticos do vector de estado necessários para fazer o teste foi superior a 210 000 ( $21 \times 10\,000$ ).

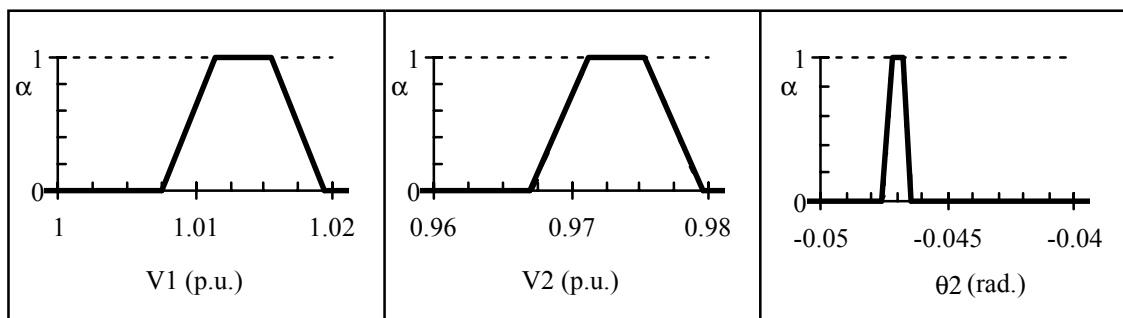


Figura 5.14: Representação gráfica das funções de pertinência dos componentes do vector de estado da tabela 5.6 (a cheio) e valores obtidos pelo teste de validação (a tracejado).

Para uma melhor análise dos resultados deste exemplo, são apresentados na tabela 5.7 os valores percentuais, de variação em relação ao valor central, da medida imprecisa e dos componentes do vector de estado impreciso.

nível $\alpha$	0	1	v.c.	1	0
<b>medida V1</b>	-1.48%	-0.49%	0.00%	0.49%	1.48%
<b>V2</b>	-0.64%	-0.21%	0.00%	0.21%	0.64%
<b>V1</b>	-0.59%	-0.20%	0.00%	0.20%	0.59%
<b><math>\theta_2</math></b>	-1.21%	-0.40%	0.00%	0.40%	1.23%

Tabela 5.7: Valores percentuais de variação de cada vértice da função de pertinência em relação ao valor central (v.c.) da medida imprecisa V1 e dos componentes do vector de estado.

Verifica-se, novamente, um decréscimo da incerteza entre o valor da medida de V1, que é um dado do algoritmo, e o valor do componente do vector de estado correspondente a V1 resultado do algoritmo. Neste caso, a incerteza nos componentes do vector de estado, obtido pelo método de cálculo do vector de estado com medidas imprecisas, já tem algum significado. A amplitude máxima é de 2.44% e ocorre para a fase da tensão no barramento 2.

	P12	Q1	Q2	V1	V2
<b><math>\theta_2</math></b>	-0.8412	-1.6060	1.6256	0.8246	0.8206
<b>V2</b>	0.1171	-0.8535	0.8058	0.4321	0.4299
<b>V1</b>	0.1128	-0.7687	0.7587	0.3986	0.3965

Tabela 5.8: A matriz  $(G^{-1}H^T)$  normalizada com as grandezas correspondentes, para cada linha os componentes do vector de estado, e para cada coluna os componentes do vector de medidas.

A matriz  $(G^{-1}H^T)$  normalizada, para este sistema de medidas, é a apresentada na tabela 5.8. De salientar que a matriz  $(G^{-1}H^T)$  é um resultado da primeira fase do cálculo do

vector de estado com medidas imprecisas, não dependendo por isso das medidas afectadas por imprecisão.

Dado que neste exemplo existem menos medidas que no primeiro exemplo, verifica-se que a influência no vector de estado de uma variação numa medida qualquer é maior que no caso do primeiro exemplo. Esta conclusão pode ser obtida comparando as colunas correspondentes das tabelas 5.4 e 5.8.

### 5.5.3 Terceiro exemplo

Neste exemplo considera-se novamente o sistema de medidas da figura 5.12. Nesse sistema de medidas considera-se agora que a medida determinística de potência activa na linha 1-2 não está disponível. No entanto, há informação qualitativa suficiente para descrever essa medida como um número impreciso, que poderia ser o número impreciso de forma trapezoidal cujos vértices se encontram apresentados na tabela 5.9 e aos quais corresponde a função de pertença da figura 5.15.

nível $\Delta$	0	1	1	0
medida P12	5.5	6	6.1	6.6

Tabela 5.9: Valores dos vértices da função de pertença da medida imprecisa trapezoidal P12.

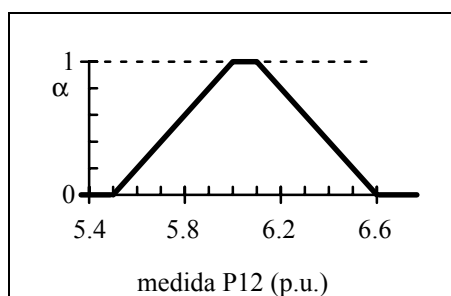


Figura 5.15: Representação gráfica da função de pertença da medida imprecisa P12.

nível $\alpha$	0	1	v.c.	1	0
V2	0.96291	0.97234	0.97328	0.97422	0.98364
V1	1.00305	1.0125	1.01344	1.01439	1.02383
$\theta_2$	-0.05057	-0.0473	-0.04698	-0.04665	-0.04338

Tabela 5.10: Valores dos vértices das funções de pertença do vector de estado solução do cálculo do vector de estado com a medida imprecisa P12.

Os resultados obtidos para o vector de estado pelo cálculo do vector de estado com medidas imprecisas, são os valores apresentados na tabela 5.10 e aos quais correspondem as funções de pertença apresentadas a cheio na figura 5.16.

Os resultados obtidos pelo teste de validação do método, teste dos sorteios, são os apresentados a tracejado na figura 5.16. Quando os resultados são iguais somente se vê o

gráfico a cheio. Novamente se verifica um bom desempenho do método no cálculo do vector de estado impreciso, para este exemplo.

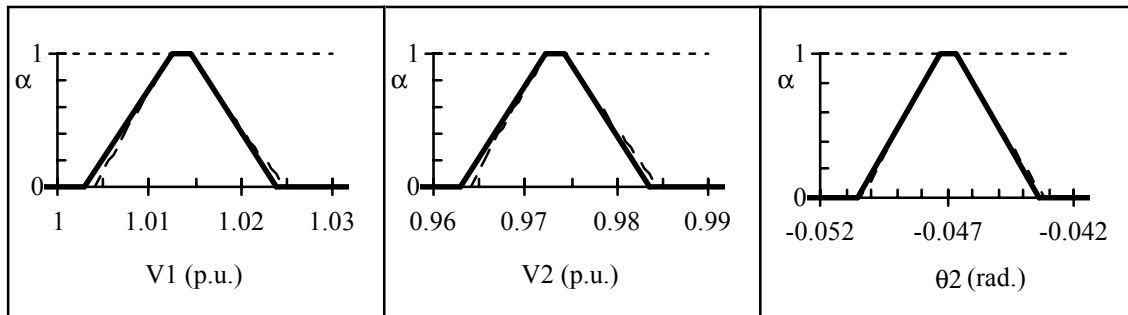


Figura 5.16: Representação gráfica das funções de pertença dos componentes do vector de estado da tabela 5.10 (a cheio) e valores obtidos pelo teste de validação (a tracejado).

Tal como se verifica nos resultados, a incerteza dos componentes do vector de estado agora calculado é maior do que no exemplo anterior, o que era de prever por análise da matriz  $(G^{-1}HT)$  normalizada apresentada na tabela 5.8. Os valores na primeira coluna, referente à medida do fluxo de potência activa na linha, são da mesma ordem de grandeza dos valores da quarta coluna, referente à medida do módulo da tensão no barramento 1. Mas, como a incerteza introduzida na medida do fluxo de potência activa na linha foi maior, verifica-se que os resultados têm maior incerteza.

nível $\alpha$	0	1	v.c.	1	0
<b>medida P12</b>	-9.09%	-0.83%	0.00%	0.83%	9.09%
<b>V2</b>	-1.07%	-0.10%	0.00%	0.10%	1.06%
<b>V1</b>	-1.03%	-0.09%	0.00%	0.09%	1.03%
<b><math>\theta_2</math></b>	-7.64%	-0.68%	0.00%	0.70%	7.66%

Tabela 5.11: Valores percentuais de variação em relação ao valor central (v.c.), de cada vértice das funções de pertença da medida imprecisa P12 e dos componentes do vector de estado.

Estes resultados são mais fáceis de comparar com os anteriores se forem apresentados em percentagem de variação relativamente ao valor central de cada número impreciso. Estes valores percentuais são apresentados na tabela 5.11.

#### 5.5.4 Exemplos do cálculo dos fluxos

Aplicando as expressões de cálculo (5.10) e (5.11) no exemplo do ponto 5.5.3 obtiveram-se os valores para o fluxo de potência activa e reactiva, e do módulo da intensidade corrente na linha, que constam na tabela 5.12. Os gráficos respectivos estão representados a cheio na figura 5.17. Neste caso, o teste de validação utilizado (teste dos

sorteios) permitiu obter sensivelmente os mesmos resultados. Estes resultados estão representados a tracejado na figura 5.17.

nível $\alpha$	0	1	v.c.	1	0
<b>P12</b>	5.50209	6.00001	6.0498	6.09959	6.59751
<b>Q12</b>	4.42994	4.44994	4.45194	4.45394	4.47393
<b> I12 </b>	7.03953	7.37785	7.41168	7.44552	7.78384

Tabela 5.12: Valores dos vértices das funções de pertença dos fluxos de potências e da intensidade da corrente.

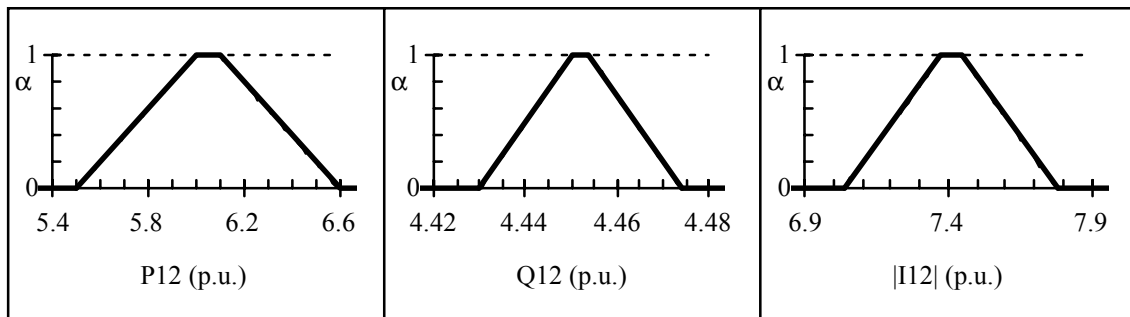


Figura 5.17: Representação gráfica das funções de pertença dos fluxos de potências e da intensidade da corrente da tabela 5.12 (a cheio) e valores obtidos pelo teste de validação (a tracejado).

Tal como se fez antes com a apresentação da matriz  $(G^{-1}H^T)$  normalizada, apresenta-se na tabela 5.13 a matriz  $(J_{LF}(X)G^{-1}H^T)$  normalizada. Com esta matriz pode se analisar mais facilmente o efeito de cada medida nos valores dos fluxos de potência e corrente. A normalização desta matriz é feita do seguinte modo:

	<b>P12</b>	<b>Q1</b>	<b>Q2</b>	<b>V1</b>	<b>V2</b>
<b>P12</b>	0.9660	0.0285	-0.0275	0.0031	0.0029
<b>Q12</b>	0.0527	0.5977	0.3587	-0.0387	-0.0395
<b> I12 </b>	0.5358	0.9741	-0.6278	-0.3982	-0.3966

Tabela 5.13: Matriz  $(J_{LF}(X)G^{-1}H^T)$  normalizada e grandezas correspondentes para cada linha os fluxos de potências e intensidades de correntes, e para cada coluna os componentes do vector de medidas.

- multiplicando cada coluna da matriz  $(J_{LF}(X)G^{-1}H^T)$  pelo valor da medida ou pelo valor central da medida, no caso da medida ser imprecisa, que corresponde a essa coluna;
- dividindo cada linha da matriz  $(J_{LF}(X)G^{-1}H^T)$  pelo valor do componente do vector  $FL^c$ , correspondente a essa linha.

Os valores relativos em relação ao valor central dos resultados da tabela 5.12, são apresentados nas três últimas linhas da tabela 5.14. Como se pode verificar, estes valores

podem ser obtidos pela multiplicação da primeira coluna da matriz da tabela 5.13 por cada um dos elementos da segunda linha da tabela 5.14, que são valores relativos da medida P12.

nível $\alpha$	0	1	v.c.	1	0
medida P12	-9.09%	-0.83%	0%	0.83%	9.09%
P12	-9.05%	-0.82%	0%	0.82%	9.05%
Q12	-0.49%	-0.04%	0%	0.04%	0.49%
I12	-5.02%	-0.46%	0%	0.46%	5.02%

Tabela 5.14: Valores percentuais de variação de cada vértice, das funções de pertença da medida imprecisa P12 e dos fluxos imprecisos, em relação ao valor central respectivo.

No exemplo anterior não houve necessidade de modificar o modo de cálculo do módulo da intensidade da corrente pois, com o método de cálculo directo, obteve-se um resultado com significado físico. Ou seja, todos os vértices da função de pertença do módulo da intensidade da corrente imprecisa são positivos.

No próximo exemplo considera-se um sistema de medidas e valores para as medidas, de tal modo que o valor do módulo da intensidade da corrente seja um valor próximo de zero. Desta forma, para este exemplo considerou-se novamente uma rede com 2 barramentos e uma linha, mas o sistema de medidas utilizado está representado na figura 5.18.

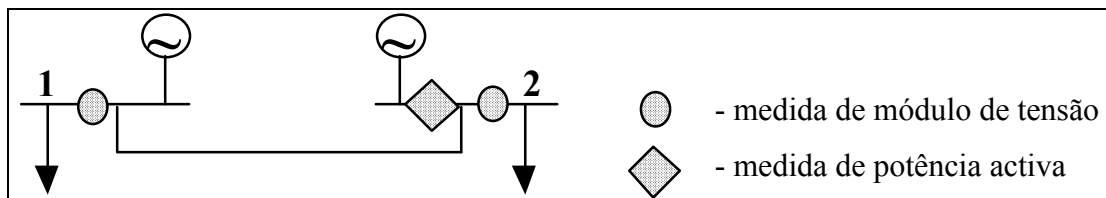


Figura 5.18: Esquema simplificado de uma rede de teste com 2 barramentos, uma linha e 3 aparelhos de medida.

Os valores utilizados para as medidas são:

- potência activa injectada no barramento 2 -  $P_2 = -0.5$  p.u.;
- módulo da tensão no barramento 1 -  $V_1 = 1.0$  p.u.;
- módulo da tensão no barramento 2 -  $V_2 = 1.02$  p.u..

Além destas medidas foi também utilizada a seguinte informação qualitativa:

- "A potência reactiva injectada no barramento 2 pode variar entre -0.5 e 1.0 p.u.. No entanto, é de admitir que varie entre 0.5 e 0.9 p.u. com elevada possibilidade".

Esta informação é representada como um número impreciso de forma trapezoidal, com os vértices (-0.5; 0), (0.5; 1), (0.9; 1) e (1; 0). A função de pertença deste número impreciso está representada na figura 5.19. Para calcular o vector de estado determinístico

pelo método das equações normais considerou-se a medida da potência reactiva injectada no barramento 2 igual a 0.7. Este valor corresponde ao valor central do número impreciso.

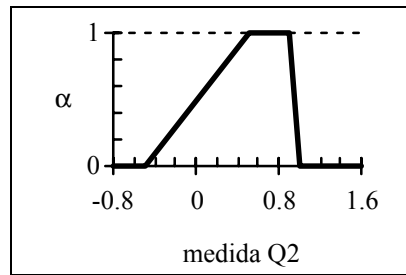


Figura 5.19: Representação gráfica da função de pertinência da medida imprecisa Q2.

Na figura 5.20 apresentam-se as funções de pertinência dos componentes do vector de estado impreciso. Nesses gráficos estão representadas a cheio as funções obtidas pelo método de cálculo do vector de estado com medidas imprecisas. A tracejado apresentam-se as funções obtidas a partir do teste dos sorteios utilizado para avaliar o método. No entanto, o não aparecimento dos dois gráficos indica que há coincidência nos resultados. Desta forma, com este teste, e para este exemplo, conclui-se que os resultados imprecisos obtidos pelo método de cálculo directo do vector de estado são considerados muito satisfatórios.

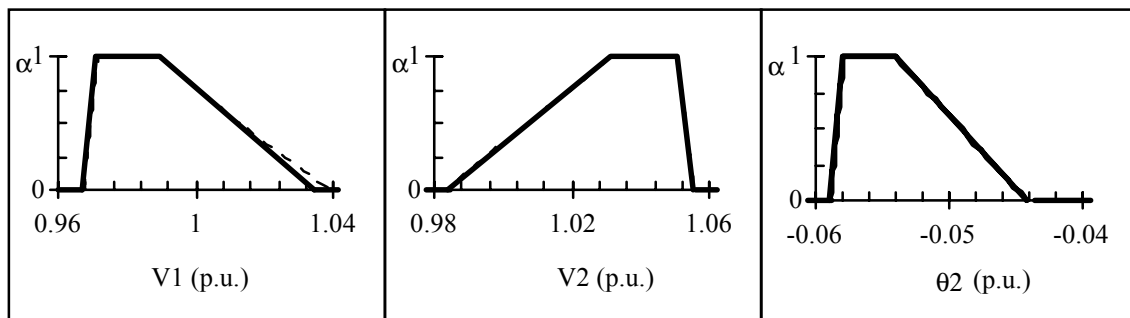


Figura 5.20: Representação gráfica das funções de pertinência dos componentes imprecisos do vector de estado.

Na figura 5.21 apresentam-se as funções de pertinência dos fluxos de potência activa, de potência reactiva e do módulo da intensidade da corrente. Nesta figura os gráficos a cheio representam as funções de pertinência dos fluxos calculados pelo método directo. A tracejado representam-se as funções obtidas a partir do teste dos sorteios. O não aparecimento de ambas as funções indica que há coincidência dos resultados.



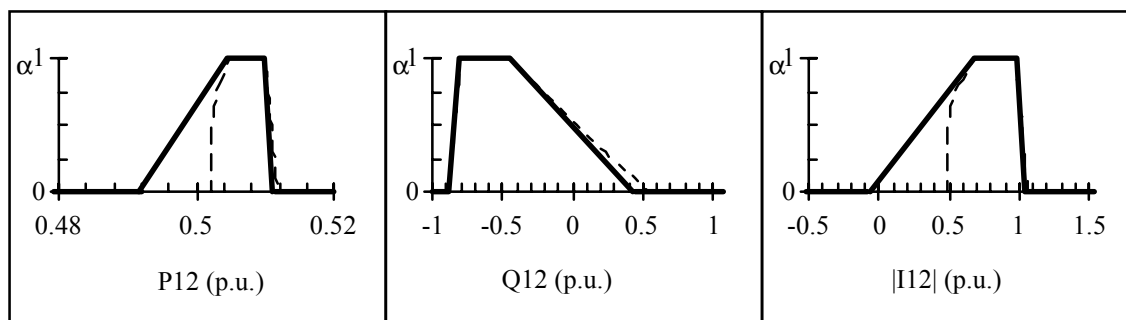


Figura 5.21: Representação gráfica das funções de pertença dos fluxos de potências e módulo de intensidade de corrente.

Neste exemplo, no cálculo do módulo da intensidade da corrente teve de se utilizar o processo referido na secção 5.3.2. Com efeito, o resultado obtido directamente é um número impreciso que tem uma possibilidade maior do que zero entre -0.09 e 1.09, ou seja, ocorreram valores negativos para o módulo da intensidade da corrente com valor de pertença positivo.

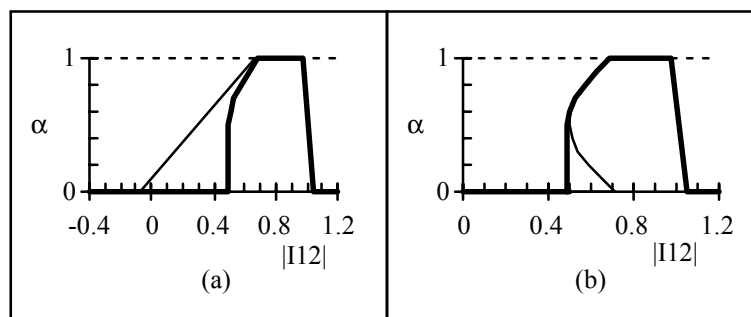


Figura 5.22: Representação gráfica das aproximações da função de pertença do módulo de intensidade de corrente.

Na figura 5.22-(a) apresenta-se, a traço forte, a função de pertença do módulo da intensidade da corrente obtido pelo processo descrito na secção 5.3.2. Na mesma figura apresenta-se, a traço fino, o resultado obtido pelo método de cálculo directo.

Na figura 5.22-(b) apresentam-se dois gráficos, de forma, a comparar o resultado obtido pelo processo descrito na secção 5.3.2, a traço forte, com o módulo de intensidade da corrente calculado por múltiplos cálculos dos vectores de estado determinísticas em que o valor da medida Q2 varia entre -0.5 a 1.0, com um incremento de 0.1.

Atendendo a que o valor da função de pertença de um ponto com vários valores de pertença possíveis é o máximo desses valores, conclui-se que o resultado obtido para o módulo de intensidade da corrente, pelo processo descrito na secção 5.3.2, é próximo do real. Este resultado obteve-se com pouco esforço de cálculo. A mesma conclusão se pode tirar, ao serem comparados os resultados obtidos pelo teste dos sorteios apresentados na figura 5.21, e os resultados obtidos pelo processo descrito na secção 5.3.2, representados na figura

5.22.



## 6 Exemplo

### 6.1 Introdução

Nos capítulos anteriores explicou-se a metodologia utilizada para resolver o problema da cálculo do vector de estado com medidas imprecisas. Nesses capítulos, apresentaram-se alguns exemplos de carácter didáctico, com redes muito pequenas e apenas com uma medida imprecisa. Os exemplos apresentados implicaram a programação do método, visto que seria impensável fazer todos os cálculos de um modo manual. Desta forma, implementou-se um programa baseado nessa metodologia de que se apresentam as características principais no anexo A. Neste capítulo apresenta-se um exemplo mais realista. Faz-se, também, a comparação dos resultados obtidos pelo método directo com os resultados obtidos pelos dois testes de avaliação apresentados no capítulo 4.

Na primeira parte deste capítulo, apresentam-se os dados da rede utilizada, trata-se de uma rede eléctrica possuindo 32 barramentos, 33 linhas e 8 pontos de produção diferentes. Os dados e os resultados completos são apresentados no anexo B.

### 6.2 Dados da rede teste

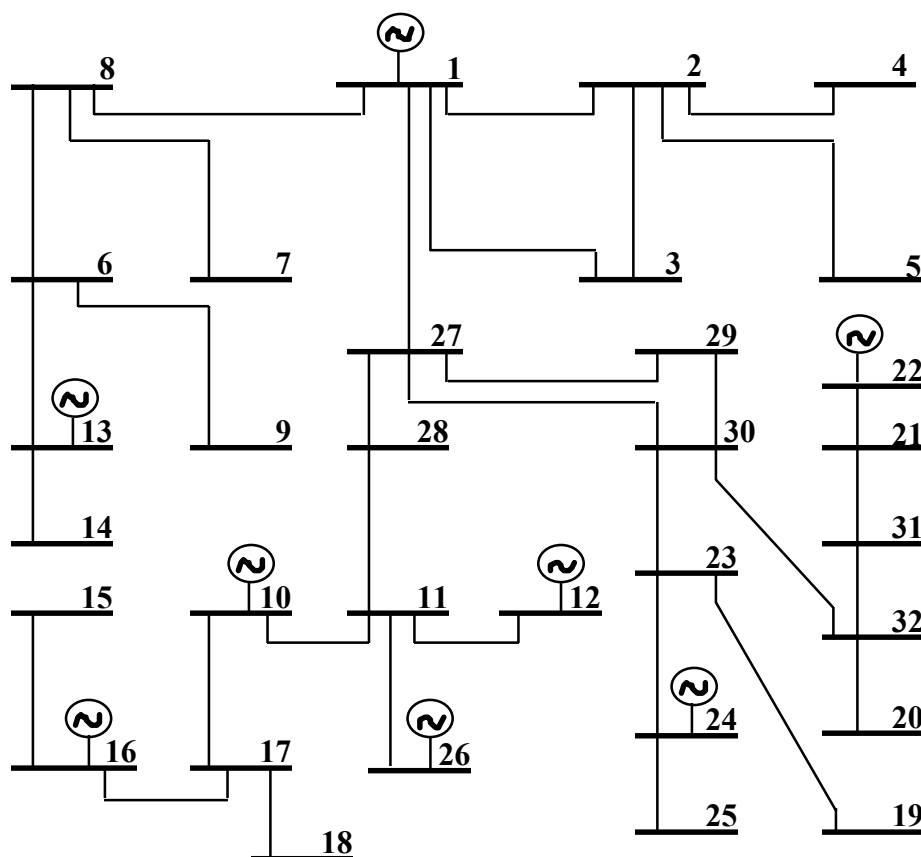


Figura 6.1: Esquema simplificado de uma rede de distribuição com 32 barramentos, 33 linhas e 8 pontos de produção.

Para se fazer um teste mais realista ao método de cálculo do vector de estado com medidas imprecisas, apresentado no capítulo 4, nesta secção faz-se a aplicação desse método a um sistema de energia integrando 32 barramentos, dos quais 8 têm capacidade de produção, e 33 linhas. Este sistema pretende representar uma rede de distribuição de energia em que existe produção dispersa. Existem, também, zonas do sistema que têm valores determinísticos de consumos não disponíveis. No entanto, nessas zonas conhece-se alguma informação de carácter qualitativo.

O esquema simplificado do sistema eléctrico usado neste capítulo é apresentado na figura 6.1. Esta rede tem um pequeno número de malhas (duas apenas) o que, como se sabe, é uma característica das redes de distribuição.

Os barramentos com capacidade de produção são:

- 1 que corresponde a uma central térmica;
- 10, 12, 13, 16 e 24 que correspondem a centrais hídricas ou mini-hídricas;
- 22 e 26 que correspondem a produtores privados.

Grandeza	Valor	Grandeza	Valor	Grandeza	Valor
P 1	1.59400	P 29	-0.18050	Q 17	0.00000
P 2	-0.00124	P 30	-0.25730	Q 18	-0.01090
P 3	-0.19860	P 31	0.00000	Q 19	-0.12460
P 6	-0.12299	P 32	-0.32050	Q 20	-0.11800
P 7	-0.00107			Q 21	-0.02400
P 8	-0.12410	Q 1	1.34269	Q 23	-0.05250
P 10	0.40444	Q 2	-0.00070	Q 24	0.06286
P 11	0.00000	Q 3	-0.09620	Q 25	-0.04040
P 12	-0.25730	Q 4	-0.02730	Q 27	-0.00110
P 13	0.42860	Q 5	0.08630	Q 28	0.00000
P 14	-0.00330	Q 6	-0.06340	Q 29	-0.08740
P 16	0.30184	Q 7	-0.00050	Q 30	-0.11988
P 17	0.00000	Q 8	-0.06010	Q 31	0.00000
P 15	0.00000	Q 9	-0.00980	Q 32	-0.14296
P 19	-0.23636	Q 10	0.19089		
P 20	-0.24370	Q 11	0.00000	V 1	1.00000
P 21	-0.04960	Q 12	0.41371	V 10	1.05010
P 23	-0.10830	Q 13	-0.40971	V 12	1.00000
P 24	0.25000	Q 14	-0.00160	V 13	1.00000
P 27	-0.00240	Q 15	0.00000	V 16	1.00000
P 28	0.00000	Q 16	-0.34168	V 24	1.00000

Tabela 6.1: Valores das grandezas que fazem parte do sistema de medidas.

Para este exemplo foi considerado um sistema de medidas formado por 61 aparelhos de medida. Estes aparelhos fazem as seguintes medições:

- medida do módulo de tensões (V) nos barramentos com produção número 1, 10, 12, 13, 16 e 24;
- medida de potência activa injectada (P) em todos os barramentos com excepção dos barramentos número 4, 5, 9, 18, 22, 25 e 26;
- medida de potência reactiva injectada (Q) em todos os barramentos com excepção dos barramentos número 22 e 26.

Na tabela 6.1 apresentam-se os valores utilizados para as medidas. Estes valores são baseados nos resultados do problema do fluxo de potências (ver anexo B). Os resultados do fluxo de potências são, em seguida, afectados por erros aleatórios, até um máximo de 10% do valor de cada medida. O número de variáveis de estado é 63, sendo 32 de módulos de tensão e 31 de fases de tensão nos barramentos. Desta forma, não é possível fazer o cálculo do vector de estado só com as medidas apresentadas, pois, o número de medidas é inferior ao número de variáveis a estimar.

Para ser possível resolver o problema de cálculo do vector de estado tem de utilizar-se, além das medidas determinísticas obtidas do sistema, a informação qualitativa conhecida das seguintes grandezas:

- potência activa produzida nos grupos privados (22 e 26);
- potência reactiva injectada nos grupos privados (22 e 26);
- potência activa injectada nos consumidores ou nos conjuntos de consumidores dos barramentos 4, 5, 9, 18 e 25.

Para simplificar a apresentação do problema, considera-se que a informação qualitativa conhecida é igual para todas as grandezas. Esta informação é baseada na seguinte afirmação:

- "O valor da grandeza está quase de certeza no intervalo de -10% a +10% em relação a um valor C. Pode, no entanto, variar no intervalo -25% a +25% em relação a esse valor C".

A partir da afirmação anterior, e considerando que as medidas imprecisas têm uma função de pertença trapezoidal, gera-se a função de pertença de cada número impreciso a partir do valor (C) obtido pelo fluxo de potências para a grandeza correspondente.

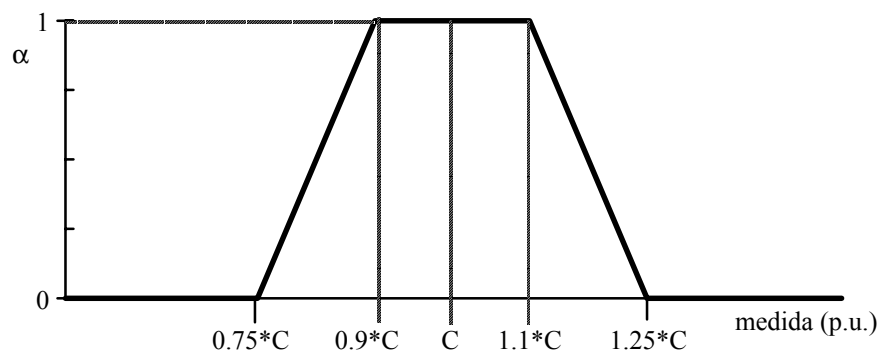


Figura 6.2: Representação gráfica da função de pertinência trapezoidal de uma medida imprecisa com valor central  $C$ .

Na figura 6.2 apresenta-se a função de pertinência genérica. Desta forma, a partir do conhecimento do valor  $C$  de cada grandeza fica perfeitamente definida a função de pertinência da medida imprecisa correspondente a essa grandeza. Esse valor  $C$  é o valor central da medida imprecisa e os vértices do trapézio correspondem às gamas de variação de  $\pm 10\%$  e  $\pm 25\%$  em torno de  $C$ .

Desta forma, cada medida imprecisa é representada pelo quarteto  $(0,75 * C, 0,9 * C, 1,1 * C, 1,25 * C)$ .

Na tabela 6.2 apresentam-se os valores das constantes  $C$ , em p.u., consideradas para cada medida imprecisa. Como já foi dito, estes valores foram obtidos a partir do fluxo de potências, sendo os dados do problema de fluxo de potências apresentados no anexo B. Na tabela 6.2 apresentam-se também os valores dos vértices da função de pertinência trapezoidal associada a cada uma das medidas imprecisas.

Grandezas imprecisas	$C-25\% C$ ( $0,75 * C$ )	$C-10\% C$ ( $0,9 * C$ )	$C$	$C+10\% C$ ( $1,1 * C$ )	$C+25\% C$ ( $1,25 * C$ )
P 4	-0.58688	-0.51645	-0.46950	-0.42255	-0.35212
P 5	-0.29338	-0.25817	-0.23470	-0.21123	-0.17603
P 9	-0.02537	-0.02233	-0.02030	-0.01827	-0.01523
P 18	-0.02813	-0.02475	-0.02250	-0.02025	-0.01688
P 22	0.01875	0.02250	0.02500	0.02750	0.03125
P 25	-0.10438	-0.09185	-0.08350	-0.07515	-0.06263
P 26	0.03750	0.04500	0.05000	0.05500	0.06250
Q 22	-0.06250	-0.05500	-0.05000	-0.04500	-0.03750
Q 26	-0.25000	-0.22000	-0.20000	-0.18000	-0.15000

Tabela 6.2: Vértices das funções de pertinência dos números imprecisos das grandezas que fazem parte do sistema de medidas imprecisas.

Estes são os dados considerados como entrada do problema de cálculo do vector de estado com medidas imprecisas. Este problema foi resolvido pelos métodos propostos no

capítulo 4: método directo para a resolução deste tipo de problemas; método alternativo baseado no teste do gradiente; e o método alternativo baseado no teste dos sorteios.

### 6.3 Apresentação dos resultados

Os resultados obtidos pelo método directo são apresentados no anexo B. Nesse anexo são apresentados alguns dos números imprecisos obtidos como resultados para o vector de estado (módulo e fase da tensão) e para o vector dos fluxos (fluxos de potências e de correntes). Neste capítulo apresentam-se, também, gráficos com informação relativa à comparação dos resultados obtidos pelo método directo com os resultados do teste do gradiente. Essa comparação é feita utilizando os três critérios descritos no capítulo 4 para comparar números imprecisos. Estes critérios são: *removal* (Rem(k)), valor central (Vc) e a amplitude (Amp).

Pretende-se comparar os resultados obtidos pelo método directo com os de um método alternativo. Este método alternativo dá resultados que são correctos ou quase correctos. Deste modo, utiliza-se como método alternativo, para calcular os erros, o teste do gradiente. Comparam-se os três valores, obtidos pelos processos de comparação, de um modo relativo e, no caso da amplitude, de um modo absoluto. Apresentam-se, a seguir, as expressões utilizadas para calcular os erros relativos e o erro absoluto. Os valores com uma linha no índice são os obtidos pelo teste do gradiente sendo os outros obtidos pelo método directo:

$$\text{erro relativo do Rem}(k) = \text{módulo} \left[ \frac{\text{Rem}(k) - \text{Rem}(k)'}{\text{Rem}(k)'} \right]$$

$$\text{erro relativo do Vc} = \text{módulo} \left[ \frac{\text{Vc} - \text{Vc}'}{\text{Vc}'} \right]$$

$$\text{erro relativo da Amp} = \text{módulo} \left[ \frac{\text{Amp} - \text{Amp}'}{\text{Amp}'} \right]$$

$$\text{erro absoluto da Amp} = \text{módulo} (\text{Amp} - \text{Amp}')$$

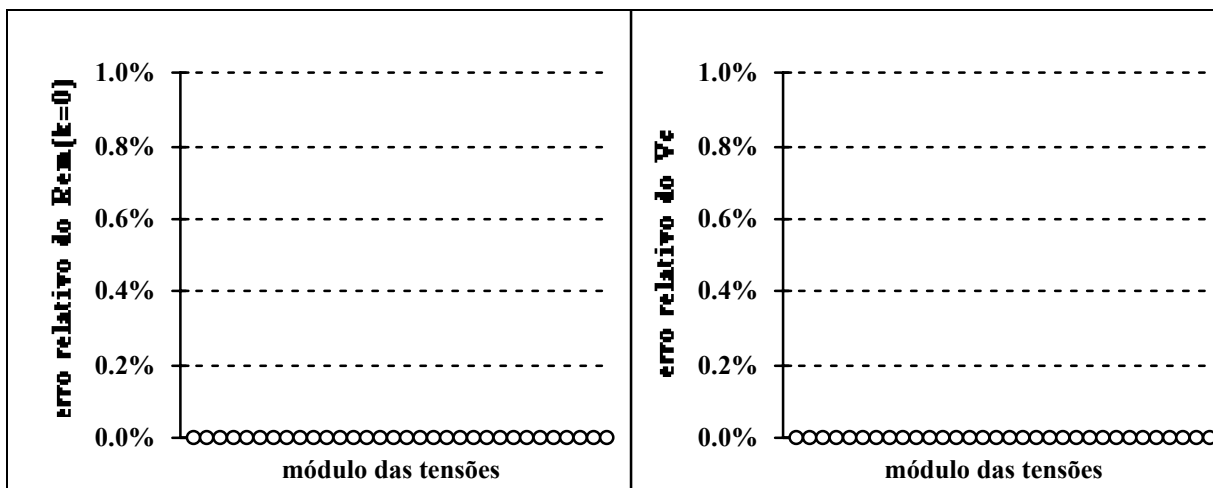


Figura 6.3: Erros relativos dos  $\text{Rem}(k=0)$  e dos valores centrais dos módulos das tensões.

Nas figuras 6.3 e 6.4 são apresentados, de forma gráfica, os erros relativos e o erro absoluto, obtidos para os módulos das tensões em todos os barramentos. Estes erros são apresentados de acordo com a ordenação dos barramentos que é utilizada no anexo B quando são apresentados os resultados do cálculo do vector de estado com medidas imprecisas. Ou seja, a ordem considerada é:

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 22,  
23, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 24, 16, 13, 12, 10, 1

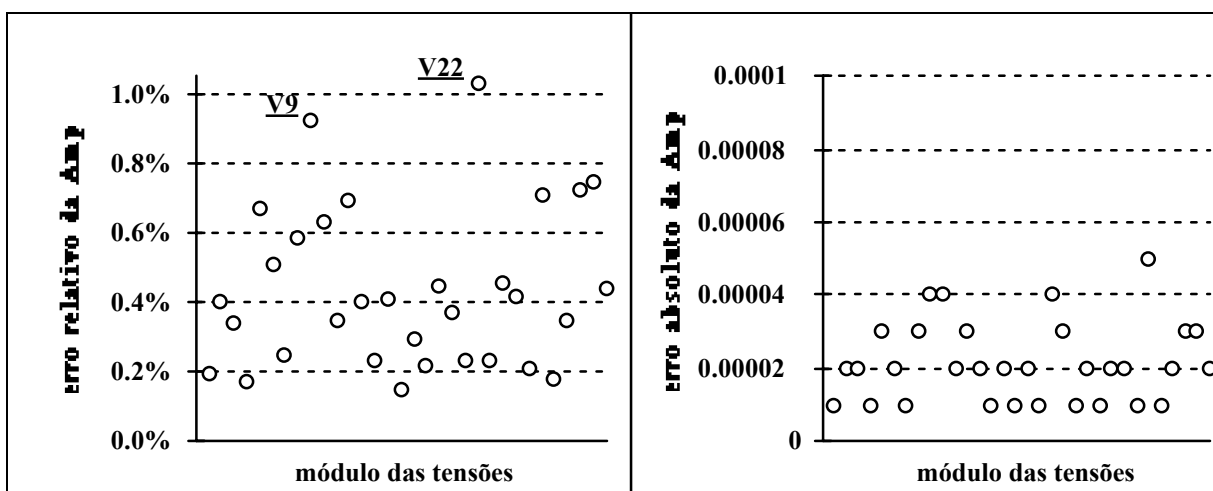


Figura 6.4: Erros relativos e erros absolutos das amplitudes dos módulos das tensões.

Na figura 6.5 são apresentados 3 gráficos de funções de pertinência para o valor impreciso do módulo da tensão no barramento 28. Estes valores foram calculados pelos 3 métodos apresentados anteriormente. Este módulo da tensão ( $V_{28}$ ) teve o maior erro relativo da amplitude com cerca de 1%.



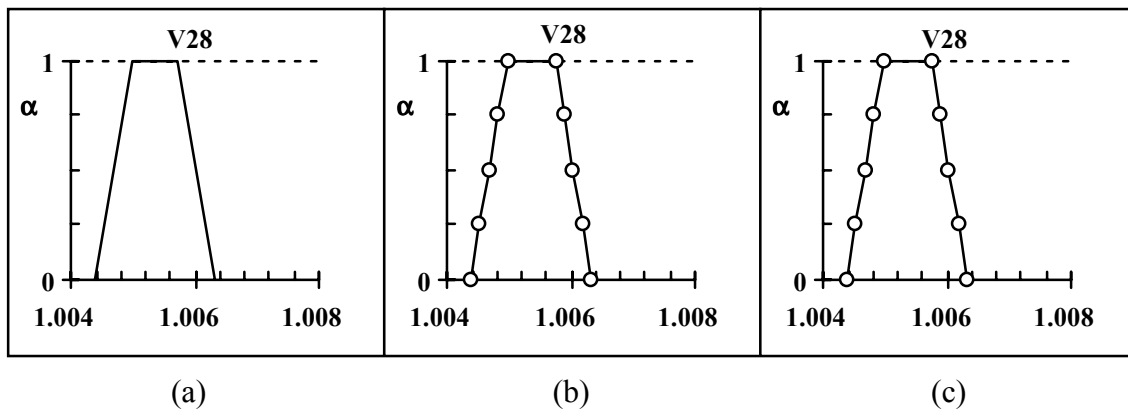


Figura 6.5: Representação gráfica das funções de pertença do módulo tensão no barramento 28 obtidas pelos: (a) método directo; (b) teste do gradiente; (c) teste dos sorteios.

Nas figuras 6.6 e 6.7 são apresentados gráficos com os erros relativos e o erro absoluto obtidos para os módulos das tensões em todos os barramentos. A ordem considerada nos gráficos é a mesma que a considerada para os módulos das tensões, com a excepção de que o número de barramentos considerado é menos um do que nos casos anteriores visto que o barramento 1 foi seleccionado para referência das fases das tensões.

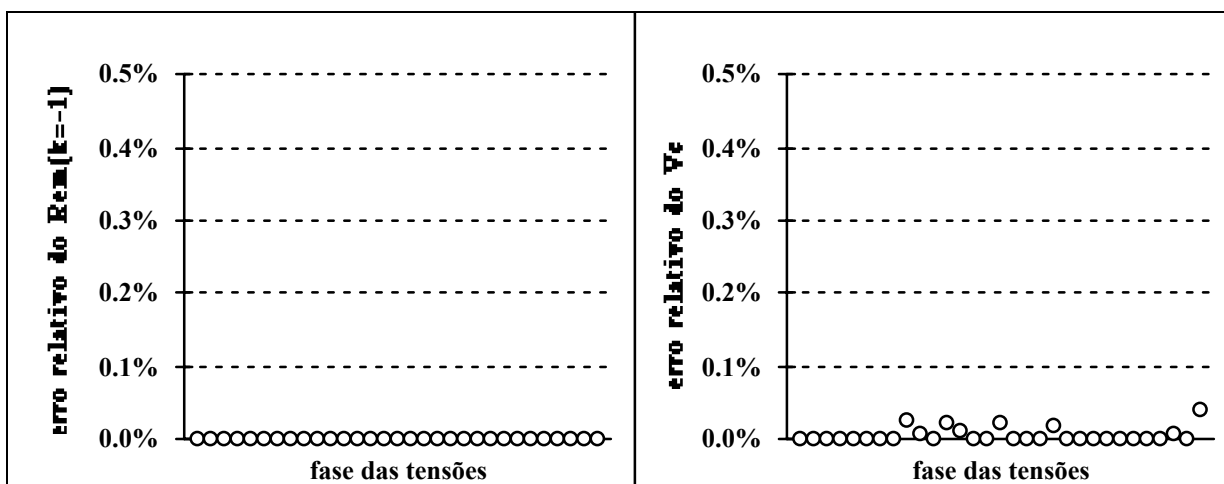


Figura 6.6: Erros relativos dos  $Rem(k=0)$  e dos valores centrais das fases das tensões.

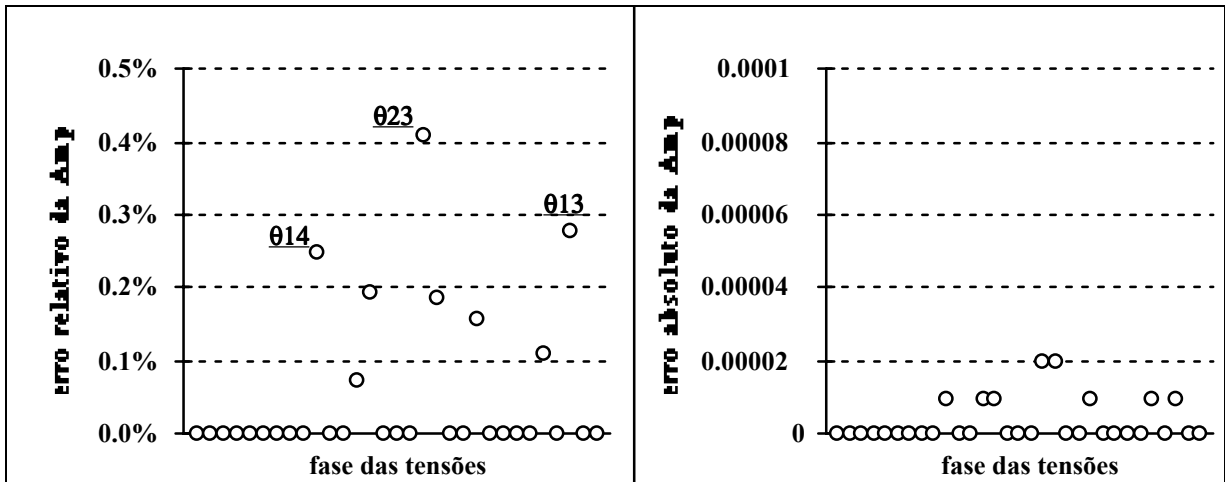


Figura 6.7: Erros relativos e erros absolutos das amplitudes das fases das tensões.

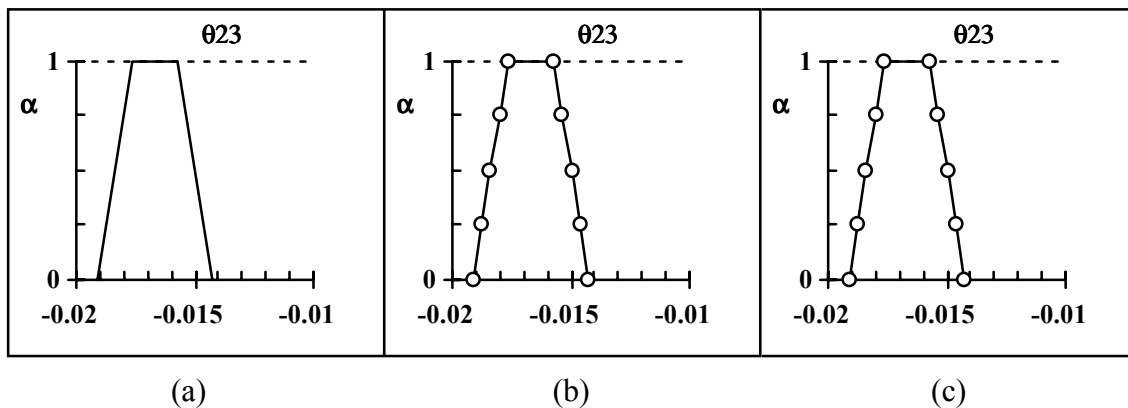


Figura 6.8: Representação gráfica das funções de pertinência da fase de tensão no barramento 23 obtidas pelos: (a) método directo; (b) teste do gradiente; (c) teste dos sorteios.

Na figura 6.8 são apresentados 3 gráficos de funções de pertinência para a fase da tensão imprecisa no barramento 23, calculado pelos 3 métodos apresentados anteriormente. Esta fase de tensão está associada ao maior erro relativo da amplitude (cerca de 0.4%).

Nas figuras 6.9 e 6.10 são apresentados, de forma gráfica, os erros relativos e o erro absoluto obtidos para os fluxos de potências activas nas linhas. A ordem considerada corresponde à que é utilizada nas tabelas no anexo B onde estes resultados são apresentados. Ou seja, a ordem considerada é:

2 --> 3, 2 --> 4, 2 --> 5, 6 --> 8, 6 --> 9, 6 --> 13, 7 --> 8,  
 11 --> 26, 11 --> 28, 11 --> 12, 15 --> 16, 17 --> 18, 19 --> 23, 20 --> 32,  
 21 --> 22, 21 --> 31, 23 --> 30, 23 --> 24, 27 --> 28, 27 --> 29, 27 --> 30,  
 29 --> 30, 30 --> 32, 31 --> 32, 24 --> 25, 16 --> 17, 13 --> 14, 10 --> 11,  
 10 --> 17, 1 --> 2, 1 --> 3, 1 --> 8, 1 --> 27.

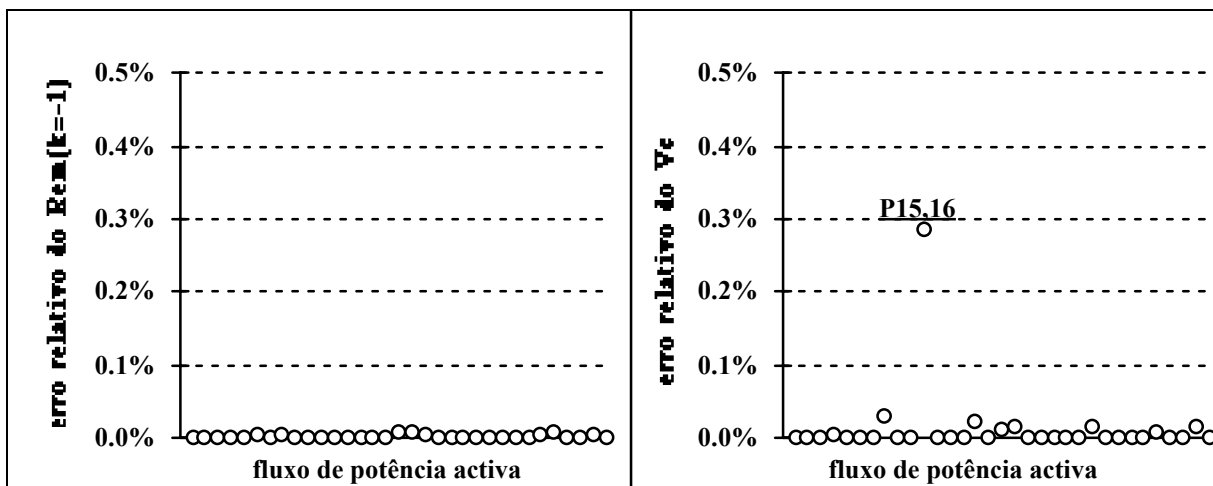


Figura 6.9: Erros relativos dos  $Rem(k=0)$  e dos valores centrais dos fluxos de potência activa.

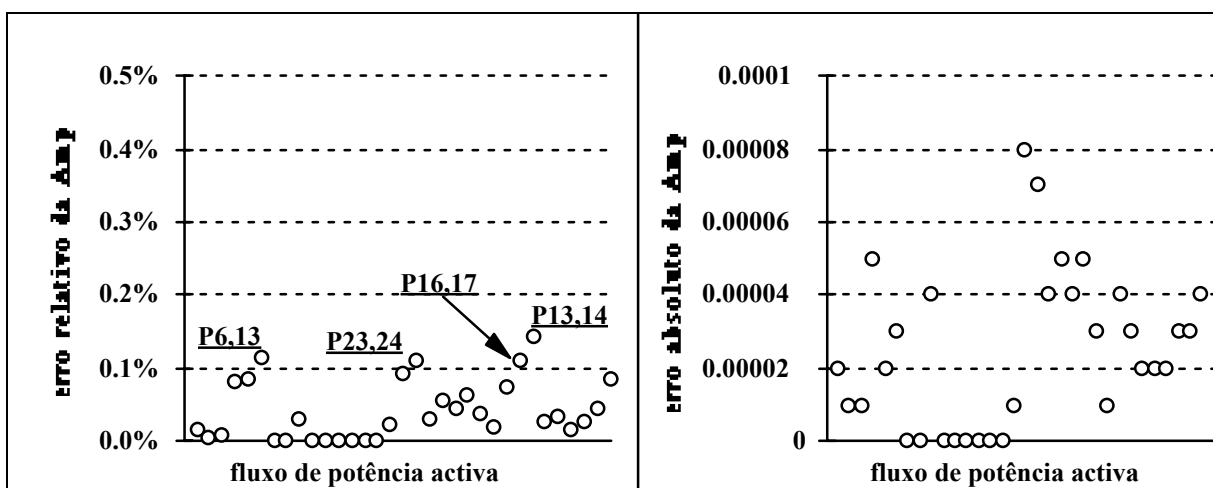


Figura 6.10: Erros relativos e erros absolutos das amplitudes dos fluxos de potência activa.

Na figura 6.11 são apresentados 3 gráficos de funções de pertinência para o fluxo de potência activa na linha que liga os barramentos 15 e 16, calculado pelos 3 métodos apresentados anteriormente. Este fluxo de potência activa está associado ao maior erro relativo do valor central (cerca de 0.3%).

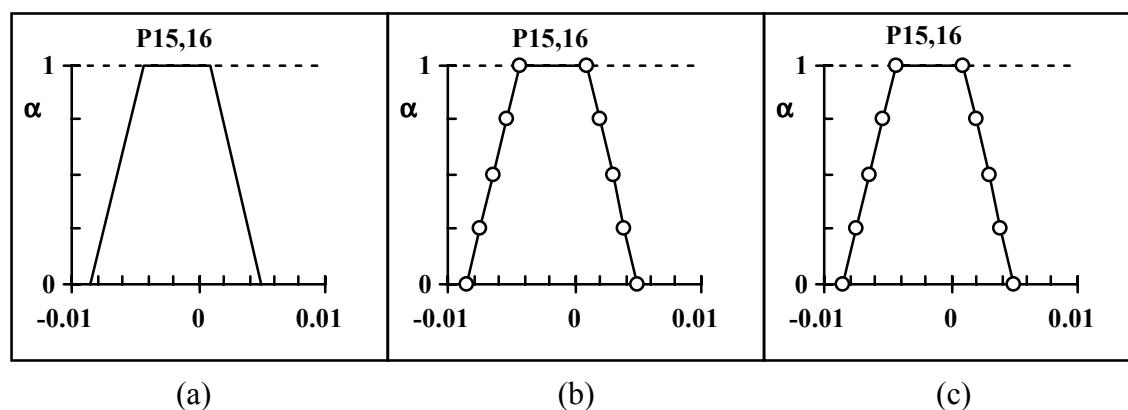


Figura 6.11: Representação gráfica das funções de pertença do fluxo de potência activa na linha 15-16, obtidas pelos: (a) método directo; (b) teste do gradiente; (c) teste dos sorteios.

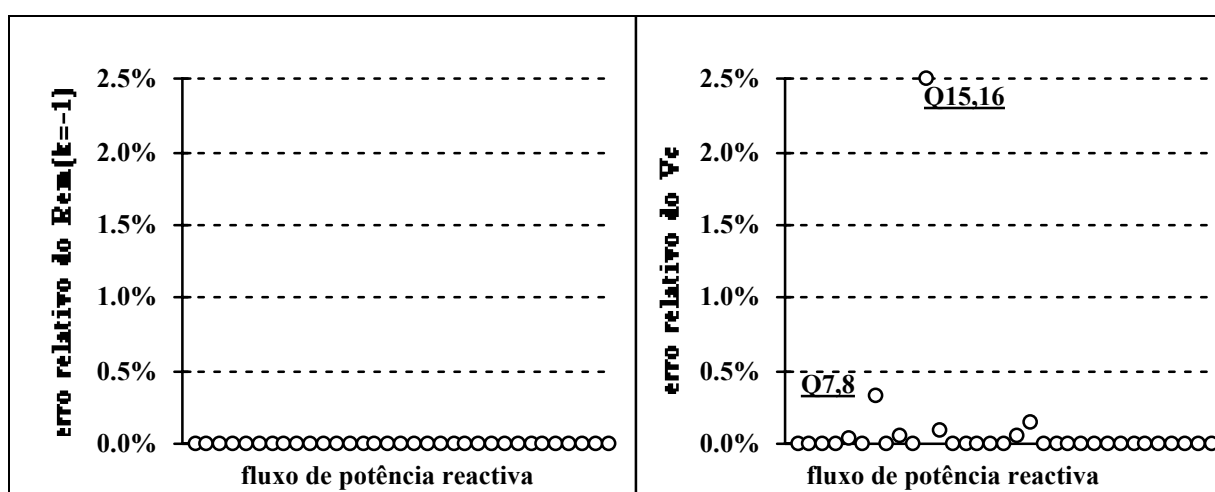


Figura 6.12: Erros relativos dos  $Rem(k=0)$  e dos valores centrais dos fluxos de potência reactiva.

Nas figuras 6.12 e 6.13 são apresentados, de forma gráfica, os erros relativos e o erro absoluto obtidos para os fluxos de potências reactivas nas linhas. A ordem considerada na apresentação destes erros é a mesma que a considerada para os fluxos de potências activas.

Na figura 6.14 são apresentados 3 gráficos de funções de pertença para o fluxo de potência reactiva na linha que liga os barramentos 15 e 16, calculado pelos 3 métodos apresentados anteriormente. Este fluxo de potência reactiva está associado ao maior erro relativo do valor central (cerca de 2.5%).

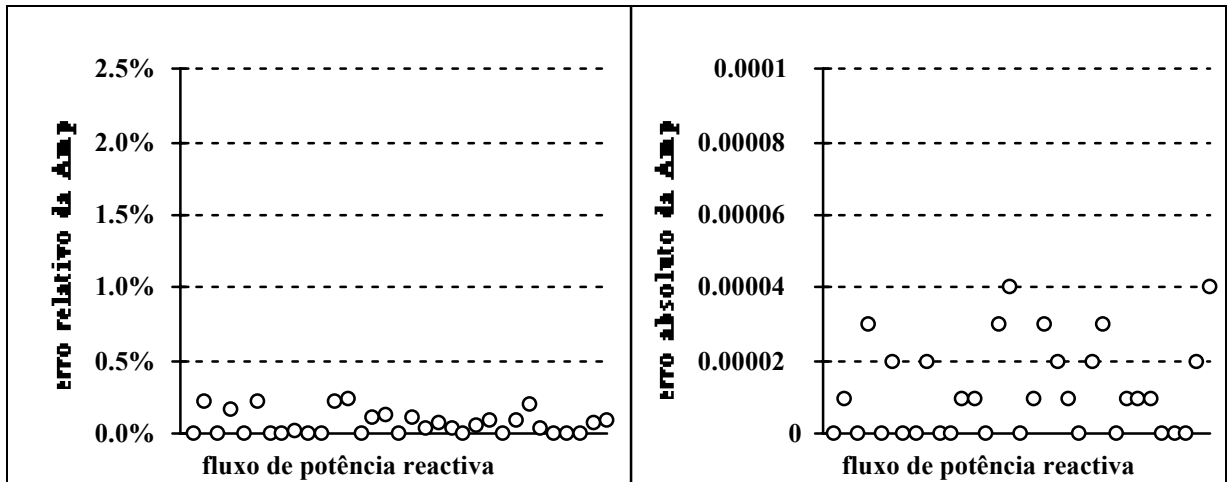


Figura 6.13: Erros relativos e erros absolutos das amplitudes dos fluxos de potência reactiva.

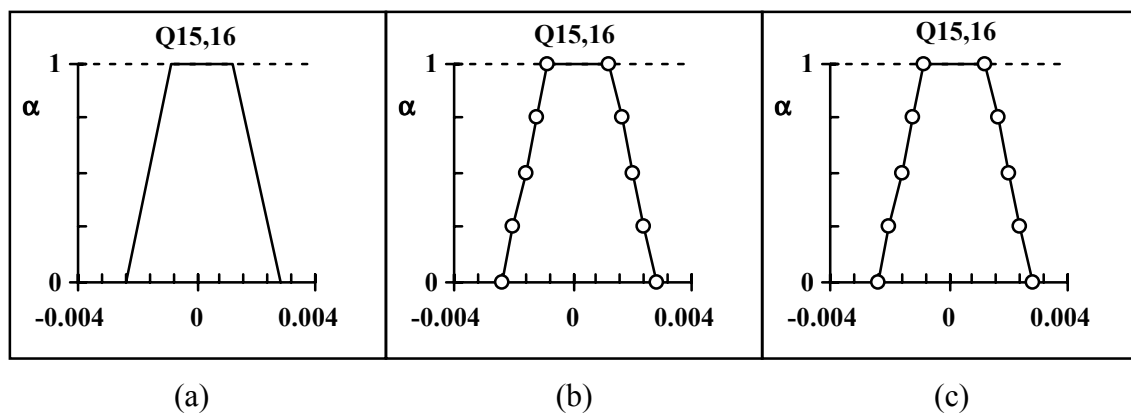


Figura 6.14: Representação gráfica das funções de pertença do fluxo de potência reactiva na linha 15-16 obtidas pelos: (a) método directo; (b) teste do gradiente; (c) teste dos sorteios.

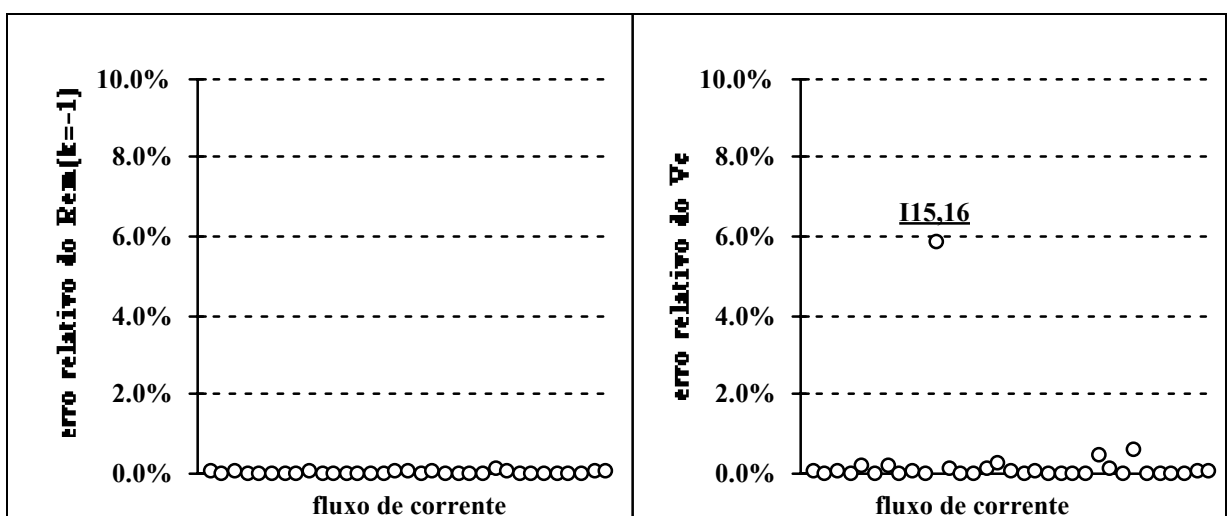


Figura 6.15: Erros relativos dos  $Rem(k=0)$  e dos valores centrais dos fluxos de correntes.

Nas figuras 6.15 e 6.16 são apresentados, de forma gráfica, os erros relativos obtidos para os módulos de intensidade de correntes nas linhas. A ordem considerada nos gráficos é a mesma que a considerada para os fluxos de potências activas.

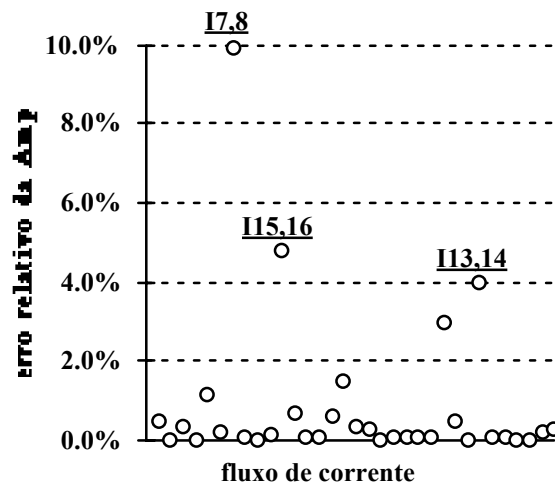


Figura 6.16: Erros relativos das amplitudes dos fluxos de correntes.

Na figura 6.17 são apresentados 3 gráficos de funções de pertinência obtidas para o módulo da intensidade de corrente na linha que liga os barramentos 15 e 16. O primeiro gráfico é obtido pelo método directo e tem valores inválidos para o módulo de corrente, isto é, existem valores negativos com valor de pertinência maior que 0. O segundo gráfico foi obtido pelo método directo modificado para o cálculo de correntes quando há resultados sem significado físico obtidos pelo método directo. O terceiro gráfico foi obtido pelo teste do gradiente. Este módulo de intensidade de corrente está associado ao maior erro relativo do valor central (cerca de 6%) e ao segundo maior erro relativo da amplitude (cerca de 5%).

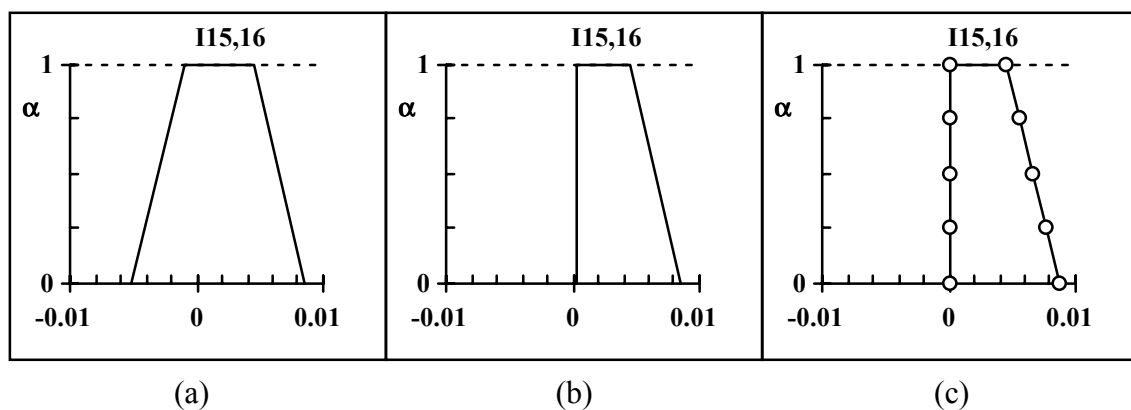


Figura 6.17: Representação gráfica das funções de pertinência do módulo da corrente na linha 15-16, obtidas pelos: (a) método directo; (b) método directo modificado; (c) teste do gradiente.

Na figura 6.18 são apresentados 3 gráficos de funções de pertinência obtidos para o módulo da intensidade de corrente na linha que liga os barramentos 7 e 8. Os três gráficos

são obtidos do mesmo modo que os gráficos da figura 6.17. Este módulo de intensidade de corrente está associado ao maior erro relativo da amplitude (cerca de 10%).

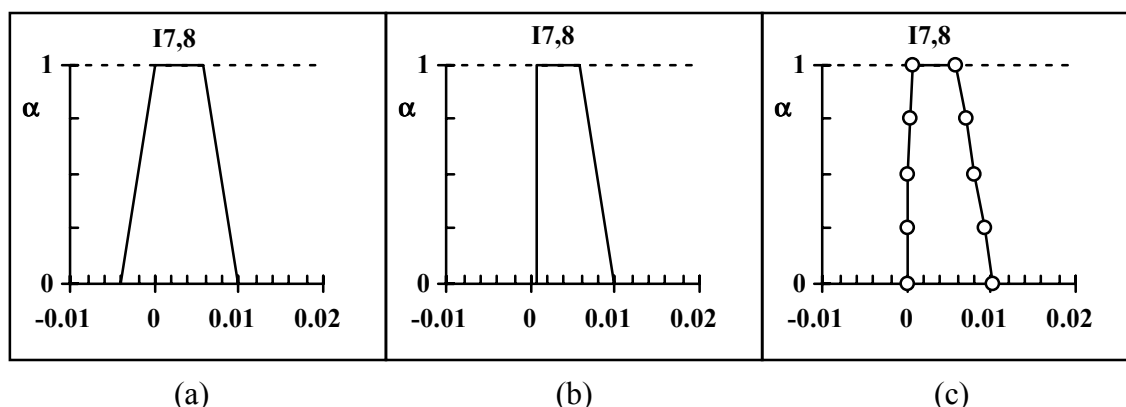


Figura 6.18: Representação gráfica das funções de pertença do módulo da corrente na linha 7-8 obtidas pelos: (a) método directo; (b) método directo modificado; (c) teste do gradiente.

Na tabela 6.3 apresentam-se os erros relativos médios e erros relativos máximos obtidos para as grandezas do vector de estado e do vector dos fluxos. Neste caso, os erros apresentados são calculados para cada um dos três critérios de comparação de números imprecisos. Os erros apresentados nesta tabela resultam de comparar resultados obtidos pelo método directo com os resultados obtidos pelo teste do gradiente. Na última linha da tabela são, ainda, apresentados os valores médios de todos erros médios associados a cada critério.

	Removal(k)		Valor Central		Amplitude	
	erro médio	erro máximo	erro médio	erro máximo	erro médio	erro máximo
<b>V</b>	0.0003%	0.0009%	0.0002%	0.0005%	0.4353%	1.0256%
<b><math>\theta</math></b>	0.0004%	0.0011%	0.0052%	0.0428%	0.0535%	0.4090%
<b>P</b>	0.0021%	0.0100%	0.0130%	0.2857%	0.0415%	0.1439%
<b>Q</b>	0.0020%	0.0095%	0.1005%	2.5000%	0.0688%	0.2463%
<b> I </b>	0.0204%	0.1237%	0.2509%	5.8850%	0.8722%	9.9215%
<b>média</b>	0.0051%		0.0753%		0.2964%	

Tabela 6.3: Valores dos erros relativos médios e máximos para cada uma das grandezas imprecisas e para cada critério de comparação entre os resultados do método directo e do teste do gradiente.

Os erros podem também ser calculados, e para cada um dos três critérios de comparação de números imprecisos, comparando-se os resultados obtidos pelo teste dos sorteios com os resultados obtidos pelo teste do gradiente. Na tabela 6.4 apresentam-se os erros relativos médios e erros relativos máximos obtidos para as grandezas do vector de

estado e do vector dos fluxos obtidos por este processo. Igualmente, na última linha da tabela são apresentados os valores médios de todos erros médios de cada critério.

	Removal(k)		Valor Central		Amplitude	
	erro médio	erro máximo	erro médio	erro máximo	erro médio	erro máximo
<b>V</b>	0.0000%	0.0000%	0.0000%	0.0000%	0.0000%	0.0000%
<b><math>\theta</math></b>	0.0001%	0.0024%	0.0000%	0.0000%	0.5403%	16.7508%
<b>P</b>	0.0038%	0.1263%	0.0000%	0.0000%	0.0003%	0.0113%
<b>Q</b>	0.0000%	0.0005%	0.0000%	0.0000%	0.0038%	0.0422%
<b> I </b>	0.0001%	0.0016%	0.0161%	0.3067%	0.0273%	0.5888%
<b>média</b>	0.0008%		0.0033%		0.1098%	

Tabela 6.4: Valores dos erros relativos médios e máximos para cada uma das grandezas imprecisas e para cada critério de comparação entre os resultados do teste do gradiente e do teste dos sorteios.

#### 6.4 Discussão dos resultados

Os resultados obtidos, na resolução do problema de cálculo do vector de estado com medidas imprecisas pelo método proposto no capítulo 4, são bons se comparados com os resultados obtidos pelo teste do gradiente (ver tabela 6.3). A mesma conclusão se pode obter fazendo-se a comparação com os resultados obtidos pelo teste dos sorteios (ver tabela 6.4). Convém, a este respeito, não esquecer que as medidas imprecisas tinham uma incerteza de 25% em relação ao ponto central.

Para justificar alguns dos erros relativos mais elevados obtidos para o *removal*, valor central e amplitude, apresentados na secção anterior, resultantes da comparação com o teste do gradiente, observa-se que:

- os erros relativos do removal foram muito baixos para todos os componentes, sendo o valor médio 0.005% e o erro máximo foi obtido para um fluxo de corrente com o valor de 0.12% (tabela 6.3);

- os erros relativos do valor central foram muito baixos para os componentes do vector de estado. Desta forma, o valor médio foi de 0.003% e o máximo foi obtido para uma fase da tensão com o valor de 0.043%;

- os erros relativos do valor central no vector dos fluxos foram geralmente muito baixos. No entanto, houve algumas excepções por causa dos valores centrais serem valores muito próximos de zero: o fluxo da potência activa na linha 15 --> 16 (figura 6.9) foi de 0.03%, sendo o valor central -0.001755 no método directo e -0.00175 no teste do gradiente; o fluxo de potência reactiva na linha 15 --> 16 (figura 6.12) foi de 2.5%, sendo o



valor central 0.000195 no método directo e 0.0002 no teste do gradiente; o fluxo de corrente na linha 15 --> 16 (figura 6.15) foi de 5.9%, sendo o valor central de 0.002393 no método directo e 0.00226 no teste do gradiente.

- o valor médio global dos erros relativos dos valores centrais foi de 0.075% (tabela 6.3). Este valor é muito baixo, apesar do referido no parágrafo anterior. O erro relativo máximo dos valores centrais foi de 5.9% e ocorreu para o módulo de uma corrente;

- em geral os erros relativos das amplitudes são os mais elevados estando associados a situações em que os valores das amplitudes são próximos de zero. Por esta razão, foram apresentados os valores dos erros absolutos das amplitudes;

- no caso do módulo de corrente não foram apresentados os valores dos erros absolutos. Neste caso, os erros mais elevados são devidos à utilização do método alternativo para calcular o fluxo do módulo de corrente quando o método directo conduz a valores sem significado físico;

- o valor médio global dos erros relativos das amplitudes foi de 0.3% (tabela 6.3) apesar dos casos relatados nos parágrafos anteriores, e o erro relativo máximo foi de 10% tendo ocorrido para um módulo de corrente;



---

## 7 Conclusão

O trabalho apresentado nesta tese corresponde ao desenvolvimento de um método para a resolução do problema de cálculo do vector de estado considerando que diversas medidas são representadas por modelos no âmbito da Teoria dos Conjuntos Imprecisos - *Fuzzy Set Theory*. Um primeiro conjunto de modelos e resultados obtidos considerando sistemas de índole académica foi apresentado no congresso de "Recursos y Tecnologias Electro-Energeticas" realizado em Ourense, Espanha, em Outubro de 1994.

Os resultados apresentados nesta tese revelam que a metodologia apresentada, para calcular o vector de estado e o vector de fluxos, pode ser aplicada a situações reais. Desta forma, antevê-se a possibilidade desta metodologia ser integrada num DMS - Sistema Gestor da Distribuição. Este sistema fica, deste modo, habilitado para receber, além dos dados do sistema de medidas instalado, informação de carácter qualitativo que é utilizada no algoritmo de cálculo. Esta informação poderá estar associada à carga de consumidores importantes, baseando-se numa classe de valores ou numa curva de carga característica. Outro conjunto de informação estará associada a centros de produção dispersos de que se poderão conhecer valores aproximados para a potência fornecida à rede.

A utilização de informação qualitativa modelizada por conceitos da Teoria de Conjuntos Imprecisos é a base da metodologia apresentada. Desta forma, a aplicação desta metodologia às redes de distribuição deve-se sobretudo às seguintes características destas redes:

- Não é muito comum fazer muitas medidas e as medidas que se realizam são maioritariamente medidas de corrente. Em geral, a informação dada pelas medidas de corrente é muito incompleta, pois estas medidas referem-se apenas ao módulo. Desta forma, nos modelos clássicos de estimação de estado aparecem matrizes singulares pelo que, o problema fica indeterminado;

- Não é economicamente viável adoptar uma política para a rede de distribuição semelhante à adoptada para o sistema de produção/ transporte, no que diz respeito ao conjunto de medidas realizadas. Nas redes de distribuição fazem-se medidas apenas às saídas das subestações e em mais alguns pontos onde seja fundamental o conhecimento de mais informação para o bom funcionamento do sistema;

- Nos modernos sistemas de distribuição aparecem ligadas à rede um número de pequenas unidades de geração, sendo muitas delas privadas. Destacam-se neste âmbito as centrais mini-hídricas, as centrais eólicas e as centrais solares. O número destas unidades tende a aumentar.

O trabalho realizado até este momento revela-se não só de grande interesse científico, como também apresenta grandes potencialidades que permitem esperar ser possível a sua aplicação prática. Desta forma, o tema em análise é suficientemente rico e interessante para

justificar a continuação do trabalho de investigação. Nos parágrafos seguintes apresenta-se, de forma resumida, um conjunto de tópicos relativos a trabalhos futuros a desenvolver:

- Aplicação do método desenvolvido a situações reais associadas a redes de distribuição de energia com presença de produção dispersa. Neste tipo de redes poderá ainda ser considerada a presença de cargas afectadas por imprecisão. Estas potências produzidas e consumidas serão modelizadas por Números Imprecisos;

- Desenvolvimento de uma interface gráfica, de modo a facilitar a comunicação do utilizador com a aplicação computacional em termos de especificação de dados e de acesso a resultados. Desta forma, será possível implementar uma aplicação computacional integrando os módulos de cálculo já realizados e a interface referida;

- Desenvolvimento teórico de processos para análise da propagação da imprecisão especificada para os resultados. Pretende-se, assim, calcular coeficientes de sensibilidade que permitam verificar, de um modo rápido e eficiente, em que medida se alteram os números imprecisos obtidos como resultado de um estudo de cálculo do vector de estado se se realizar qualquer alteração nos números imprecisos especificados para os dados;

- A partir do desenvolvimento de metodologias alternativas para obter os resultados dos estudos de cálculo do vector de estado, testar de um modo mais completo o método apresentado. Por comparação destes resultados com os obtidos com o método desenvolvido será possível avaliar, de forma mais aprofundada, a qualidade desses resultados;

- Estudo detalhado das capacidades de cálculo do método desenvolvido. Para este efeito considera-se necessário estudar, entre outros aspectos, a qualidade dos resultados aumentando o número de medidas afectadas por incerteza e o comportamento do tempo de execução dos estudos.

Em conclusão, desta tese resultou um algoritmo que permite calcular o vector de estado num sistema de energia, conjugando informação adquirida no sistema de medidas e informação de carácter qualitativo, obtida a partir de características conhecidas de algumas grandezas e modelizada por números imprecisos. Os resultados obtidos até ao momento evidenciam que o método proposto apresenta um bom desempenho, tanto em relação à qualidade da solução obtida como no que diz respeito à sua eficiência computacional.

## Bibliografia

- [Aam83] S. Aam, L. Holten e O. Gjerde. "Design of the Measurement System for State Estimation in the Norwegian High-Voltage Transmission Network". IEEE, PAS-102, nº12, pág. 3769-3777, December 1983
- [Abu87] A. Abur, A. Keyhani e H. Bakhtiai. "Autoregressive Filters for Identification and Replacement of Bad Data in Power System State Estimation". IEEE, PWRS-2, nº3, pág. 552-560, August 1987
- [Abu90] A. Abur. "A Bad Data Identification Method for Linear Programming State Estimation". IEEE, PWRS-5, nº3, pág. 894-901, August 1990
- [Adi90] M.M. Adibi e R.J. Kafka. "Minimization of Uncertainties in Analog Measurements for Use in State Estimation". IEEE, PWRS-5, nº3, pág. 902-910, August 1990
- [Ale88] A.T. Alexandridis e G.D. Galanos. "Design of a Reduced Order Observer for Optimal Decentralized Control of HVDC Systems". IEEE, PWRS-3, nº3, pág. 963-969, August 1988
- [Alv90] F.L. Alvarado e W.F. Tinney. "State Estimation using Augmented Blocked Matrices". IEEE, PWRS-5, nº3 pág. 911-921, August 1990
- [Asc86] N. Aschower, E. Handschin, H. Dobesch e A. Petroianu. "State Estimation Simulation for the Design of an Optimal On-line Solution". IEEE, PWRS-1, nº1 pág. 250-256, February 1986
- [Bar86] A. Bargiela, M. R. Irving e M. J. H. Sterling. "Observability Determination in Power System State Estimation Using a Network Flow Technique". IEEE, PWRS-1, nº2, pág. 108-113, May 1986
- [Bar90] F.P.Maciél Barbosa. "A Estimação de Estado em Sistemas Eléctricos de Energia". PTDE-FEUP, Análise de Sistemas Eléctricos II, Fevereiro 1990
- [Bej90] M.M. Bejovic e A.G. Phadke. "Voltage Stability Assessment Through Measurement of a Reduced State Vector". IEEE, PWRS-5, nº1, pág. 198-203, February 1990
- [Bra76] A. Brameller, R. N. Allan e Y. M. Hamam, "Sparsity", Pitman Ltd, 1976
- [Bro80] F. Broussolle. " State Estimation in Power System: Detecting Bad Data Through the Sparse Inverse Matrix Method". IEEE, PAS-97, pág. 678-682, 1980
- [ÇeA92] M. K. Çelik e A. Abur. "A Robust WLAV State Estimation Using Transformations". IEEE, PWRS-7, nº1 pág. 106-113, February 1992
- [ÇAb92] M. K. Çelik e A. Abur. "Use of Scaling in WLAV Estimation of Power System States". IEEE, PWRS-7, nº2 pág. 684-692, May 1992

- [Che90] R. L. Chen. "A Fast Integer Algorithm for Observability Analysis using Network Topology". IEEE, PWRS-5, n°3, pág. 1001-1009, August 1990
- [Cle82] K.A. Clements, G.R. Krumpholz e P.W. Davis. "State Estimator Measurement System Reliability Evaluation - An Efficient Algorithm Based on Topological Observability Theory". IEEE, PAS-101, n°4, pág. 997-1004, April 1982
- [Cle83] K.A. Clements, G.R. Krumpholz e P.W. Davis. "Power System State Estimation with Measurement Deficiency an Observability/meter Placement Algorithm". IEEE, PAS-102, pág. 2012-2020, July 1983
- [Cle88] K. A. Clements e P. W. Davis. "Detection and Identification of Topology Errors in Electric Power Systems". IEEE, PWRS-3, n°4, pág. 1748-1753, November 1988
- [Cle90] K. A. Clements, G. W. Woodzell e R. C. Burchett. "A New Method for Solving Equality-Constrained Power System Static State Estimation". IEEE, PWRS-5, n°4 pág. 1260-1285, November 1990
- [Con87] Samuel D. Conte, Carl de Boor. "Elementary Numerical Analysis - An Algorithmic Approach". McGraw-Hill International Editions, Third Edition, 1987.
- [Con88] G.C. Contaxis e G.N. Korres. "A Reduced Model for Power System Observability Analysis and Restoration". IEEE, PWRS-3, n°4, pág. 1411-1417, November 1988
- [Cou83] M. B. Do Coutto Filho. "Estimação Dinâmica de Estado em Sistemas de Energia Eléctrica". Tese de Doutorado, C.O.P.P.E. - U. F. Rio de Janeiro , Maio 1983
- [Cou90] M.B. Do Coutto Filho, A.M. Leite da Silva e D.M. Falcão. "Bibliography on Power System State Estimation (1968-1989)". IEEE, PWRS-5, n°3 pág. 950-961, Aug. 1990
- [Cra90] E.D. Crainic, H.P. Horisberger, X.D. Do e D. Mukhedkar. "Power System Observability: The Assessment of the Measurement System Strength". IEEE, PWRS-5, n°4, pág. 1098-1104, November 1990
- [Cut83] Th. VanCutsem e P. J. Gailly. "A Simple Algorithm for Power System Observability Analysis and Related Functions". IFAC Symposium, Florence 1983
- [Dab88] I. Dabbaghchi e L.S. VanSlyck. "Inter-Utility Data Exchange for State Estimation". IEEE, PWRS-3, n°3 pág. 1254-1262, Aug. 1988
- [Elg76] Olle I. Elgerd - "Introdução à Teoria de Sistemas de Energia Eléctrica", McGRAW-HILL do Brasil, 1976
- [Elk92] A.A. El-Keib e H. Singh. "Fast Linear Programming State Estimation using the Dual Formulation". IEEE, PWRS-7, n°2 pág. 620-628, May 1992
- [Fal88] D.M. Falcao e S.M. de Assis. "Linear Programming State Estimation: Error Analysis and Gross Error Identification". IEEE, PWRS-3, n°3 pág. 53-60, August 1988
- [Fet75] K. E. Fetzer e P. M. Anderson. "Observability in the State Estimation of the Power System". IEEE, PAS-94, pág. 1981-1988, Nov./Dec. 1975

- [Hab92] I.O. Habiballah e V.H. Quintana. "Exact-Decoupled Rectangular Coordinates State Estimation With Efficient Data Structure Management". IEEE, PWRS-7, n°1 pág. 45-53, February 1992
- [Han75] E. Handschin, F. C. Schweppe, J. Kohlas e A. Fiecht. "Bad Data Analysis for Power System State Estimation". IEEE, PAS-94, n°2, pág. 329-337, 1975
- [Har90] R.K. Hartana e G.G. Richards. "Harmonic Source Monitoring and Identification using Neural Networks". IEEE, PWRS-5, n°4 pág. 1098-1104, November 1990
- [Hol88] L. Holten, A. Gjelsvik, S. Aam, F.F. Wu e W.H.E. Liu. "Comparison of Different Methods for State Estimation". IEEE, PWRS-3, n°4 pág. 1798-1806, November 1988
- [Kau88] A. Kaufmann e M. M. Gupta. "Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science". North-Holland, Published by Elsevier Science Publishers B.V., 1988
- [Kli88] G. J. Klir e T. A. Folger. "Fuzzy Sets, Uncertainty, and Information". Prentice Hall, New Jersey, 1988
- [Kog75] H. J. Koglin. "Optimal Measuring System for State Estimation". Proc. PSCC Conference, paper 2.3/12, Cambridge, Sept. 1975
- [Kor91] G.N. Korres e G.C. Contaxis. "A Reduced Model for Bad Data Processing in State Estimation". IEEE, PWRS-6, n°2, pág. 550-557, May 1991
- [Kor91] G.N. Korres e G.C. Contaxis. "Identification and Updating of Minimally Dependent Sets of Measurements in State Estimation". IEEE, PWRS-6, n°3, pág. 999-1005, August 1991
- [Kru80] G. R. Krumpholz, K. A. Clements e P. W. Davis. "Power System Observability: a Practical Algorithm Using Network Topology". IEEE, PAS-99, pág. 1534-1542, July/Aug. 1980
- [Kus90] G.L. Kusic, W.H. Allen, E.W. Gholdston e R.F. Beach. "Security for Space Power Systems". IEEE, PWRS-5, n°1, pág. 140-147, February 1990
- [Lin92] Shin-Yu Lin. "A Distributed State Estimator for Electric Power Systems". IEEE, PWRS-7, n°2 pág. 551-557, May 1992
- [Liu92] W.H.E. Liu, F.F. Wu e S.M. Lun. "Estimation of Parameter Errors from Measurement Residuals in State Estimation". IEEE, PWRS-7, n°1 pág. 81-89, February 1992
- [Lo86] K.L. Lo e Y.M. Mahmoud. "A Decoupled Linear Programming Technique for Power System State Estimation". IEEE, PWRS-1, n°1 pág. 154-160, February 1986
- [Lu90] C.N. Lu, K.C. Liu e S. Vemuri. "An External Network Modeling Approach for On-line Security Analysis". IEEE, PWRS-5, n°2, pág. 565-573, May 1990

- [Lu94] C. N. Lu, J. H. Teng e W.-H. E. Liu - "Distribution System State Estimation", Proceeding of IEEE/PES 1994 Winter Meeting, New York, Jan. 1994.
- [Mac91] P. A. Machado, G. P. Azevedo e A. J. Monticelli. "A Mixed Pivoting Approach to the Factorization of Indefinite Matrices in Power System State Estimation". IEEE, PWRS-6, n°2, pág. 676-682, May 1991
- [Mil84] M. Mili, Th. Van Cutsem e M. Ribbens-Pavella. "Hypothesis testing Identification - A New Method for Bad Data Analysis in Power System State Estimation". IEEE, PAS-103, n°11, pág. 3239-3252, 1984
- [Mil88] L. Mili e T. Van Cutsem. "Implementation of the Hypothesis Testing Identification in Power System State Estimation". IEEE, PWRS-3, n°3, pág. 830-836, August 1988
- [Mil91] L. Mili, V. Phaniraj e P.J. Rousseeuw. "Least Median of Squares Estimation in Power System". IEEE, PWRS-6, n°2 pág. 511-523, May 1991
- [MiM89] V. Miranda, M. Matos. "Distribution system planning with fuzzy models and techniques". CIRED 89, 1989, Bristol, England.
- [Mir89] V. Miranda, M. Matos, J.T. Saraiva. "Análise de redes com um novo conceito: Fluxo de cargas impreciso". ENDIEL 89, 1989, Porto, Portugal.
- [Mir90] V. Miranda, M. Matos, J.T. Saraiva. "Fuzzy Load Flow - New Algorithms Incorporating Uncertain Generation and Load Representation". 10th PSCC, 1990, Graz, Austria.
- [Mir94] Vladimiro Miranda, Jorge Pereira. "Ensaio de Estimação de Estado para Sistemas de Distribuição com Medidas Imprecisas". Congresso de Recursos y Tecnologias Electro-Energeticas, Ourense, Espanha, Outubro 1994.
- [Mon86] A. Monticelli e F.F. Wu. "Observability Analysis for Orthogonal Transformation Based State Estimation". IEEE, PWRS-1, n°1, pág. 201-208, February 1986
- [Mon90] A. Monticelli e A. Garcia. "Fast Decoupled State Estimators". IEEE, PWRS-5, n°2 pág. 556-564, May 1990
- [Mon91] A. Monticelli e A. Garcia. "Modeling Zero Impedance Branches in Power System State Estimation". IEEE, PWRS-6, n°4 pág. 1561-1570, November 1991
- [Mor91] H. Mori e S. Tsuzuki. "A Fast Method for Topological Observability Analysis Using a Minimum Spanning Tree Technique". IEEE, PWRS-6, n°2, pág. 491-500, May 1991
- [Muñ92] J.M.R. Muñoz e A.G. Expósito. "A Line-current Measurement Based State Estimator". IEEE, PWRS-7, n°2 pág. 513-519, May 1992
- [Nuc91] R.R. Nucera e M.L. Gilles. "Observability Analysis: A New Topological Algorithm". IEEE, PWRS-6, n°2, pág. 466-475, May 1991



- [Oat90] M.L. Oatts, S.R. Erwin, J.L. Hart. "Application of the REI Equivalent for Operations Planning Analysis of Interchange Schedules". IEEE, PWRS-5, n°2, pág. 547-555, May 1990
- [Par88] Y. M. Park, Y. H. Moon, J. B. Choo e T. W. Kwon. "Design of Reliable Measurement System for State Estimation". IEEE, PWRS-3, n°3, pág. 830-836, August 1988
- [Per93] Jorge Pereira. "Estimação de Estado em Sistemas de Energia". Relatório de Iniciação à Dissertação, 1993
- [Pha86] A.G. Phadke, J.S. Thorp e K.J. Karimi. "State Estimation with Phasor Measurements". IEEE, PWRS-1, n°1 pág. 233-241, February 1986
- [Phu77] K. Phua e T. S. Dillon. "Optimal Choice of Measurements for State Estimation". PICA Conference, 1977
- [Qui82] V. H. Quintana, A. S. Simões-Costa, A. Mandel. "Power System Topological Observability Using a Direct Graph-Theoretic Approach". IEEE, PAS-101, pág. 617-625, March 1982
- [San91] P. Sanderson, R. Curtis, D. Athow, C.N. Lu, K.C. Liu e C. Letter. "Real Time Complete Model Estimation for Contingency Study: Field Experience". IEEE, PWRS-6, n°4, pág. 1480-1484, November 1991
- [Sar90] V. Miranda, M. Matos, J.T. Saraiva. "Incertezas na Geração e Cargas Incorporadas em Estudos de Fluxo de Cargas". 1ª Jornadas Hispano-Lusas de Engenharia Electrica, Vigo, Espanha, Junho 1990.
- [Sar91] J.T. Saraiva, V. Miranda. "Representação de fontes aditivas em redes de distribuição de energia utilizando conjuntos imprecisos". 1º Encontro Luso-Afro-Brasileiro de Redes de Distribuição de Energia, Porto, Março 1991.
- [Sas87] H. Sasaki, K. Aoki e R. Yokoyama. "A Parallel Computation Algorithm for Static State Estimation by Means of Matrix Inversion Lemma". IEEE, PWRS-2, n°3 pág. 624-632, August 1987
- [Sch70] F. C. Schweppe. "Power System Static - State Estimation, Part III: Implementation". IEEE, PAS-89, pág.130-135, January 1970
- [ScR70] F. C. Schweppe e D. B. Rom. "Power System Static - State Estimation, Part II: Approximate Model". IEEE, PAS-89, pág.125-130, January 1970
- [ScW70] F. C. Schweppe e J. Wildes. "Power System Static - State Estimation, Part I: Exact Model". IEEE, PAS-89, pág.120-125, January 1970
- [Sil87] A.M. Leite DaSilva, M.B. DoCoutto Filho e J.M.C. Cantera. "An Efficient Dynamic State Estimation Algorithm Including Bad Data Processing". IEEE, PWRS-2, n°4 pág. 1050-1058, November 1987

- 
- [Sim90] A.S. Simoes, T.S. Piazza e A. Mandel . "Qualitative Methods to Solve Qualitative Problems in Power System State Estimation". IEEE, PWRS-5, n°3, pág. 941-949, Aug. 1990
- [Slu87] I.W. Slutsker e J.M. Scudder. "Network Observability Analysis Through Measurement Jacobian Matrix Reduction". IEEE, PWRS-2, n°2, pág. 331-338, May 1987
- [Slu89] I.W. Slutsker. "Bad Data Identification in Power System State Estimation Based on Measurement Compensation and Linear Residual Calculation". IEEE, PWRS-4, n°1, pág. 53-60, February 1989
- [Vem91] N. Vempati, I.W. Slutsker e W.F. Tinney. "Enhancements to Givens Rotations for Power System State Estimation". IEEE, PWRS-6, n°2 pág. 842-849, May 1991
- [Wir86] Niklaus Wirth "Algorithms & Data Structures". Prentice-Hall International Editions, 1986
- [Wu89] F.F. Wu e W.-H. E. Liu. "Detection of Topology Errors by State Estimation". IEEE, PWRS-4, n°1, pág. 176-183, February 1989
- [Xia82] N. D. Xiang, S. Y. Wang e E. K. Yu. "A New Approach for Detection and Identification of Multiple Bad Data in Power System State Estimation". IEEE, PAS-101, n°2, pág. 454-462, 1982
- [Zad65] L. A. Zadeh. "Fuzzy Sets". Information and Control, vol. 8, pp. 338-353, 1965.
- [Zha91] B. M. Zhang, S. Y. Wang e N. D. Xiang. "A Linear Recursive Bad Data Identification Method With Real-Time Application to Power System State Estimation". IEEE, 1991
- [Zhu87] F. Zhuang e R. Balasubramanian. "Bad Data Processing in Power System State Estimation by Direct Data Deletion and Hypothesis Tests". IEEE, PWRS-2, n°2, pág. 321-330, May 1987
- [Zim85] H.J. Zimmermann. "Fuzzy Set Theory - and Its Applications". Kluwer, Nijhoff Publishing, Dordrecht, 1985